aber wie schreibe ich das jetzt sauber auf?

Hallo!

Ich bin Student der Mathematik und Informatik und biete Nachhilfe in beiden Fächern[a] – sowohl inhaltlich als auch wenn es um das formal korrekte und stilistisch ansprechende Aufschreiben geht.

Ich habe langjährige Erfahrung im Unterrichten von Studenten und als Dozent in der Erwachsenenbildung.

Kontakt:
Thure Dührsen
Tel. 0160 9641 8332
tdu@informatik.uni-kiel.de

[a] Analysis I, II; Lineare Algebra I, II; Mathematische Logik; Mathematik für Informatikstudierende A, B, C; Theoretische Grundlagen der Informatik

Man zeige, dass die Sprache

$$L := \{z \in \{a, b\}^* \ : \ |z|_a \geqslant 1 \text{ und } |z|_a \text{ teilt } |z|_b\}$$

nicht regulär ist.

Beweis Sei $\Sigma := \{a, b\}$,

Wir nehmen an, L wäre regulär. Nach Pumping-Lemma gibt es dann $n \in \mathbb{N}_{\geqslant 1}$ so, dass für jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geqslant n$ Wörter $u, v, w \in \Sigma^*$ existieren mit $z = u\,v\,w$ und

$$(1)\ |u\,v| \leqslant n \quad \wedge \quad (2)\ |v| \geqslant 1 \quad \wedge \quad (3)\ \forall\, i \in \mathbb{N}_0 \quad u\,v^i\,w \in L \quad .$$

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geqslant 1}$ derart gewählt. Für das Wort $z := a^n\,b^n \in \{a, b\}^*$ gilt dann $|z|_a = |z|_b = n$, und wegen $|z| = 2\,n \geqslant n$ und $n \mid n$ gelten $z \in L$ und $|z| \geqslant n$, also gibt es Wörter $u, v, w \in \Sigma^*$ mit $z = u\,v\,w$ und (1), (2), (3). Seien $u, v, w \in \Sigma^*$ derart gewählt. Wegen (1) gilt dann $u\,v \in L(a^*)$ und damit $u \in L(a^*)$ und $v \in L(a^*)$. Also gibt es $k, l, r, s \in \mathbb{N}_0$ mit $u = a^k$ und $l \geqslant 1$ und $v = a^l$ und $s \geqslant 1$ und $w = a^r\,b^s$. Seien $k, l, r, s \in \mathbb{N}_0$ derart. Nun haben wir also

$$z = u\,v\,w = a^k\,a^l\,a^r\,b^s \quad \text{und} \quad k + l + r = s \quad .$$

Aus $v \in L(a^*)$ folgt $v^i \in L(a^*)$ für alle $i \in \mathbb{N}_{>0}$, Aufpumpen des mittleren Teils erhöht also lediglich die Anzahl der a's, und die Anzahl der b's bleibt gleich. Dies formalisieren wir, uns an $l \geqslant 1$ erinnernd, wie folgt:

$$\begin{aligned} \left|u\,v^2\,w\right|_a &= k + 2\,l + r \\ &> k + l + r \\ &= s \\ &= \left|u\,v\,w\right|_b \\ &= \left|u\,v^2\,w\right|_b \quad , \end{aligned}$$

also ist $\left|u\,v^2\,w\right|_a$ kein Teiler von $\left|u\,v^2\,w\right|_b$, und damit ist $u\,v^2\,w \notin L$,

Widerspruch zu (3). Also ist L nicht regulär. $\square$

Nachhilfe in Mathematik und Informatik
Thure Dührsen
Tel. 0160 9641 8332
tdu@informatik.uni-kiel.de
Nachhilfe in Mathematik und Informatik
Thure Dührsen
Tel. 0160 9641 8332
tdu@informatik.uni-kiel.de
Nachhilfe in Mathematik und Informatik
Thure Dührsen
Tel. 0160 9641 8332
tdu@informatik.uni-kiel.de
Nachhilfe in Mathematik und Informatik
Thure Dührsen
Tel. 0160 9641 8332
tdu@informatik.uni-kiel.de
Nachhilfe in Mathematik und Informatik
Thure Dührsen
Tel. 0160 9641 8332
tdu@informatik.uni-kiel.de
Nachhilfe in Mathematik und Informatik
Thure Dührsen
Tel. 0160 9641 8332
tdu@informatik.uni-kiel.de
Nachhilfe in Mathematik und Informatik
Thure Dührsen
Tel. 0160 9641 8332
tdu@informatik.uni-kiel.de
Nachhilfe in Mathematik und Informatik
Thure Dührsen
Tel. 0160 9641 8332
tdu@informatik.uni-kiel.de
Nachhilfe in Mathematik und Informatik
Thure Dührsen
Tel. 0160 9641 8332
tdu@informatik.uni-kiel.de
Nachhilfe in Mathematik und Informatik
Thure Dührsen
Tel. 0160 9641 8332
tdu@informatik.uni-kiel.de