Visuelle Hindernisdetektion durch inverse perspektive Kartierung

Diplomarbeit

am Lehrstuhl für Kognitive Systeme
des Instituts für Informatik und Praktische Mathematik
der Christian–Albrechts–Universität zu Kiel

Betreuer: Dipl.–Inform. Jörg Bruske

vorgelegt von

Anja Ahlfeld

Kiel, im Februar 1998

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Mobile Roboter haben eine große Bedeutung gewonnen, da sie vielfältig einsetzbar sind, so zum Beispiel für Transportaufgaben, flexible Überwachungsaufgaben oder Einsätze in verseuchten Umgebungen, die für Mensch und Tier eine Gefahr darstellen. Eine der wichtigsten Aufgaben mobiler Roboter ist die Hindernisdetektion.

In dieser Arbeit wird ein auf der digitalen Bildverarbeitung aufbauender Algorithmus zur visuellen Hindernisdetektion vorgestellt. Ein Problem der visuellen Informationsverarbeitung sind die großen Datenmengen, die von den Sensoren, das sind bei der visuellen Hinderniserkennung Kameras, erzeugt werden. Konventionelle Videokameras liefern einen Datenstrom von ca. 50MBaud. Das menschliche Auge liefert Datenmengen, die um Zehnerpotenzen höher liegen. Unser Gehirn ist parallel organisiert. Sequentielle Rechner eigenen sich nicht besonders gut für Berechnungen in der visuellen Informationsverarbeitung, da diese sehr zeitaufwendig sind. Mobile Roboter hingegen sind auf eine schnelle Datenbearbeitung angwiesen, um mit ihrer Umwelt agieren zu können. Obwohl parallele Rechner wie z.B. der "NCube Hypercube" das Rechenleistungsproblem verbessern, ist das derzeitige Wissen über den visuellen Cortex zu gering, um einzelne Sehleistungen gezielt synthetisieren zu können.

Eine Möglichkeit, diese Schwierigkeit zu umgehen, besteht darin, eine spezielle Form der perspektiven Abbildung zu definieren, die Kartierung. Sie erlaubt die einfache Segmentierung der Szene in hindernisfreien und hindernisenthaltenden Raum.

Zunächst werden in Kapitel 2 die Elemente und geometrischen Grundbegriffe der perspektiven Abbildung vorgestellt. Es werden Koordinatensysteme definiert, Parameter zur Bestimmung der relativen Lage der Koordinatensysteme zueinander eingeführt und die mathematischen Formalismen der perspektiven Abbildung in kartesischen und homogenen Koordinaten erläutert.

Danach wird in Kapitel 3 ein Spezialfall der perspektiven Abbildung, die perspektive Kartierung eingeführt. Eine Komposition mit der in diesem Fall möglichen inversen perspektiven Kartierung generiert eine spezielle Koordinatentransformation, die eine vereinfachte Trennung zwischen Hindernis und Fahrbahnebene ermöglicht.

In Kapitel 4 werden die funktionellen Konsequenzen der inversen perspektiven Kartierung für die Stereopsis und die Hinderniserkennung dargestellt. Es wird gezeigt, wie bei Verwendung eines Stereokamerasystems die inverse perspektive Kartierung durch Anwendung von Stereodisparitäten ein wichtiges Element für die Hinderniserkennung zur Verfügung stellt. Sie vereinfacht das Korrespondenzproblem der Stereobilder bezüglich der Bewegungsebene.

Kapitel 5 beeinhaltet die Beschreibung der Implementierung eines Algorithmus zur Hindernisdetektion mittels inverser perspektiver Kartierung für ein Stereokamerasystem. Die Implementierung erfolgt unter Khoros Version 1.05 auf einer Sparc Workstation.

Im Kapitel 6 werden alternative Ansätze zur Hindernisdetektion kurz erläutert und ein Vergleich durchgeführt.

Kapitel 2

Die perspektive Abbildung

In diesem Kapitel werden die Elemente und geometrischen Grundbegriffe der Projektion eingeführt. Es werden Koordinatensysteme für den Bild- und Objektraum festgelegt. Das Objektkoordinatensystem wird im folgenden auch Weltkoordinatensystem genannt. Nach der Begriffsklärung werden die mathematischen Formalismen der Abbildung in kartesischen und dann in homogenen Koordinaten erläutert. Eine vollständige Abbildung wird dann in Matrixform für homogene Koordinaten dargestellt.

Projektionen

Projektionen beschreiben ein umfassendes Werkzeug für die Abbildung von einem 3D–Objektraum über ein punktförmiges Projektionszentrum auf eine 2D–Bildebene.

$$P : R^3 \longrightarrow R^2 \qquad (x, y) = f_a(X, Y, Z) \tag{2.1}$$

Es gibt zwei grundsätzliche Methoden der Projektion:

- *Perspektive Abbildung (Zentralprojektion)*
- *Parallele Projektion*

Die perspektive Abbildung stellt die Szene so dar, wie sie beispielsweise auch auf der Netzhaut erscheint, während die parallele Projektion die wahren Ausmaße und Formen der abgebildeten Objekte erhält.

Im folgenden wird auf die perspektive Abbildung eingegangen, die dem *Lochkameramodell* entspricht, welches in den meisten Fällen als Modell der optischen Abbildung herangezogen wird.

2.1 Modell der perspektiven Abbildung

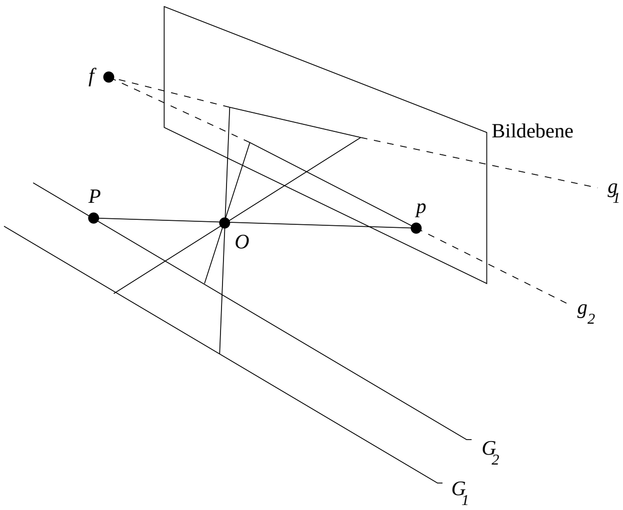

Abbildung 2.1: Perspektive Abbildung (nach Storjohann [1])

Die Elemente der perspektiven Abbildung sind:

- ein punktförmiges Projektzentrum O
- eine planare Projektionsebene (Bildebene)
- die Abbildung durch ein räumliches Strahlenbündel (Projektionsstrahlen), das die Bildebene in den Bildpunkten schneidet.

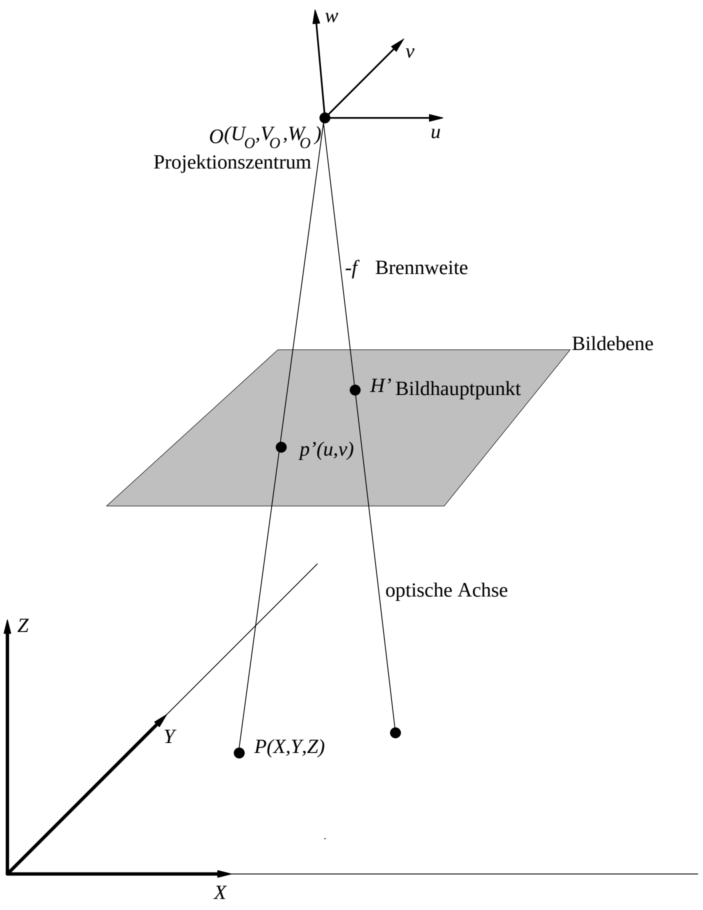

Abbildung 2.2: Die Geometrie der Zentralprojektion mit Bild- und Weltkoordinatensystem. Die Bildebene in Positiv-Stellung

Geometrische Grundbegriffe:

- Zwei Koordinatensysteme:
  Bildkoordinatensystem u, v, w und Objekt- bzw. Weltkoordinatensystem X, Y, Z
  - Die w-Achse steht senkrecht auf der Bildebene und schneidet sie im *Bildhauptpunkt* H'. Sie ist die optische Achse bzw. die geometrische Aufnahmeachse.
  - $\pm f$ ist die Brennweite (auch Kammerkonstante).
  - Der Abstand zur Bildebene ist $w = \pm f$.
  - Der Bildhauptpunkt sollte möglichst mit dem Bildmittelpunkt zusammenfallen, was bei realen CCD–Kameratargets meist nicht der Fall ist.

- Die äußere Orientierung der Abbildung entspricht der Lage und Orientierung des Bildkoordinatensystems (u, v, w) bezüglich des Weltkoordinatensystems (X, Y, Z). Die äußere Orientierung sind sechs unabhängige Parameter (drei rotatorische, drei translatorische).
  - Die rotatorischen Parameter sind die drei Drehwinkel um die Weltkoordinatenachsen:
    - Neigung ω
    - Vergenz oder Gierwinkel φ
    - Kantung oder Rollwinkel κ
  - Die translatorischen Parameter sind X_O, Y_O, Z_O, welche die relative Lage des Bildkoordinatensystem zum Weltkoordinatensystem beschreiben.
- Die innere Orientierung der Abbildung setzt sich zusammen aus:
  - Lage des Bildhauptpunktes H' (Der Schnitt der optischen Achse mit der Bildebene, bei realen CCD-Chips in der Regel nicht exakt die Mitte des Targets)
  - Brennweite $\pm f$ des Objektivs
  - optische Abbildungsfehler
  - hardwarespezifische Parameter, z.B. physikalische Größe der CCD-Elemente

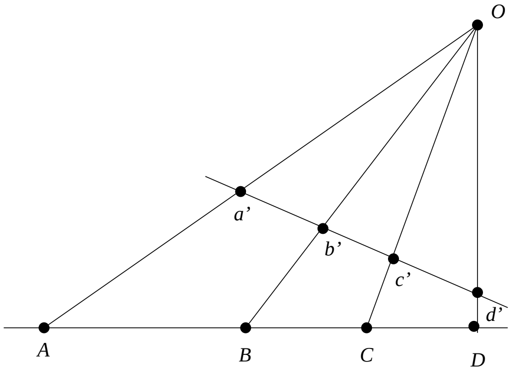

Abbildung 2.3: Doppelverhältnisse der Strecken zwischen den Objektpunkten A, B, C, D einer Objektgeraden und den vier zugeordneten Bildpunkten a', b', c', d' der korrespondierenden Bildgeraden

Die perspektive Abbildung besitzt folgende Eigenschaften:

1. Die Abbildung von der Objektebene auf die Bildebene ist nicht linear, aber eindeutig.

2. Die perspektive Abbildung ist geradentreu, d.h. eine Gerade im Weltkoordinatensystem wird auch als Gerade im Bildkoordinatensystem abgebildet.

3. Es gilt die Invarianz der Doppelverhältnisse der Strecken zwischen vier beliebigen Objektpunkten A, B, C, D, einer Objektgeraden und den vier zugeordneten Bildpunkten a', b', c', d' der korrespondierenden Bildgeraden (Abb. 2.3):

$$\frac{AB}{AD} : \frac{BC}{BD} = \frac{a'b'}{a'd'} : \frac{b'c'}{b'd'}$$

4. Perspektive Abbildungen sind nicht strecken-, winkel- oder flächentreu.

5. Perspektive Verkürzung: je größer der Abstand des Objektes vom Projektionszentrum O, desto kleiner die projezierte Größe.

6. Jedem Punkt P des 3D–Objektraumes wird genau ein Punkt p' des 2D–Bildraumes zugeordnet.

7. Zu jedem Punkt p' des 2D–Bildraumes gibt es unendlich viele Punkte des 3D–Objektraumes, die auf der Geraden $p'O$ liegen.

8. Geraden werden als Geraden abgebildet, Ausnahme ist das Geradenbüschel durch O.

9. Parallele Geraden des Raumes bilden in der Abbildung ein Geradenbüschel, das in einem Fluchtpunkt konvergiert. Jeder Fluchtpunkt kann als Abbildung des unendlichen fernen Schnittpunktes einer Geradenschar aufgefaßt werden.

10. Jede Gerade g im Bildraum entspricht einer Ebene E durch g und O im Objektraum.

An den Eigenschaften 6 und 7 sieht man, daß eine eindeutige Umkehrung der perspektiven Abbildung im mathematischen Sinne nicht möglich ist, da n^3 Punkte des Objektraumes auf n^2 Punkte im Bildraum abgebildet werden.

Die perspektive Abbildung ist das Analogon zum Lochkameramodell. Liegt das Projektionszentrum zwischen Bildebene und Objekt, werden oben–unten und vorne–hinten vertauscht und es entsteht das sogenannte *Negativbild*. Mathematisch besser zu handhaben ist das *Positivbild*, bei dem die Bildebene zwischen Objektebene und Projektionsebene liegt (Abbildung 2.2).

Eulersche Drehwinkel

Mittels sechs unabhängiger Parameter kann die Lage des Bildkoordinatensystems beschrieben werden. Es wird ein Satz kartesischer Koordinaten für die Bestimmung der räumlichen Lage relativ zum Weltkoordinatensytem benötigt. Bezüglich des Weltkoordinatensystems geben die translatorischen Parameter die Lage des Ursprungs des Bildkoordinatensystems an und die rotatorischen die Orientierung.

Zur Beschreibung der Orientierung eignen sich die *Eulerschen Winkel* als unabhängige Variablen. Die Transformation des kartesischem Koordinatensystems in ein gedrehtes System erfolgt durch die aufeinanderfolgende Drehung um die *Eulerwinkel* (Abbildung 2.4).

Das Koordinatensystem (X, Y, Z) wird entgegen dem Uhrzeigersinn mit dem Winkel κ um die Z-Achse gedreht. Das neu entstehende Koordinatensystem (X', Y', Z') wird um die Y-Achse mit dem Winkel φ und das daraus entstehende System (X'', Y'', Z'') um die X-Achse mit dem Winkel ω gedreht. Es entsteht das System (μ, ν, η). Die Eulerwinkel κ, φ, ω legen die relative Orientierung von (μ, ν, η) zu (X, Y, Z) fest. In Kapitel 2.3.1 werden die konkreten Matrizen für diese Drehungen angegeben.

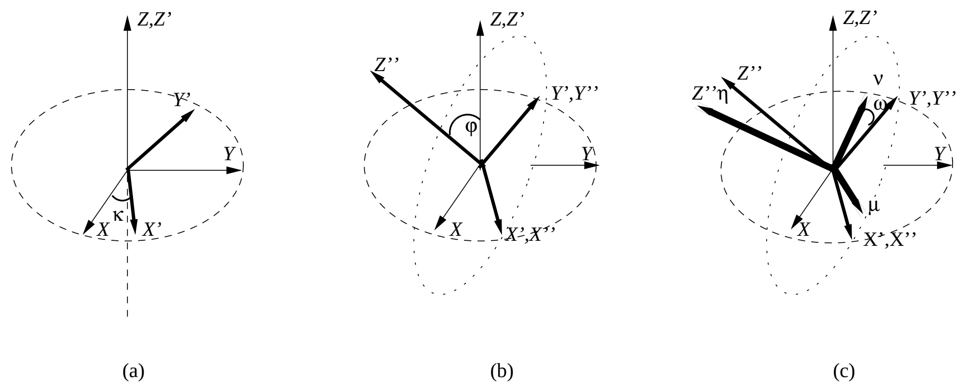

Abbildung 2.4: Darstellung der Drehung der Achsen um Eulerwinkel: (a) um die Z-Achse mit Winkel κ, (b) um die Y-Achse mit Winkel φ und (c) um die X-Achse mit dem Winkel ω

2.2 Perspektive Abbildung in kartesischen Koordinaten

Als erstes werden die Koordinatensyteme für Bild- und Objektraum festgelegt. Es werden kartesische Koordinatensysteme betrachtet.

- Weltkoordinatensystem (X, Y, Z) und
- Bildkoordinatensystem (u, v, w),
  - Ursprung des Bildkoordinatensystems bzgl. des Weltkoordinatensystems im Projektionszentrum $O(X_O, Y_O, Z_O)$ in Weltkoordinaten.
  - Bildpunkte $p(u, v, w)$ mit konstanten w-Werten $(w = -f)$, da sie in der uv-Ebene des Bildkoordinatensystems liegen.

Die perspektive Abbildung besteht aus zwei Teilschritten:

1. Transformation der 3D–Weltkoordinaten in 3D–Bildkoordinaten
2. Projektion des in 3D–Bildkoordinaten vorliegenden Objektpunktes auf die Bildebene, also in 2D–Bildkoordinaten.

Dabei gelten folgende Vorraussetzungen:

- Bekannt:
  - Weltkoordinaten des Ursprungs des Bildkoordinatensystems $O(X_O, Y_O, Z_O)$
  - Rotation des Bildkoordinatensystems um die Winkel ω, φ, κ
  - Weltkoordinaten des Objektpunktes $P(X, Y, Z)$
- Gesucht:
  - Bildkoordinaten $p(u, v, w)$.

Durch Translation wird das Weltkoordinatensystem verschoben, und zwar um den Translationsvektor T (hier ist $T = O$):

$$P - O = \begin{pmatrix} X - X_O \\ Y - Y_O \\ Z - Z_O \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

Mit Hilfe der Rotationsmatrix $\underline{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}$ wird nun das Weltkoordinatensystem parallel zum Bildkoordinatensystem gedreht:

$$P^* = \underline{\mathbf{R}} \cdot (P - T) \tag{2.3}$$

Bei der Herleitung der Koeffizienten der Rotationsmatrix aus den Winkeln ω, φ, κ muß unterschieden werden, in welcher Reihenfolge die Achsen gedreht werden. (Abb. 2.5)

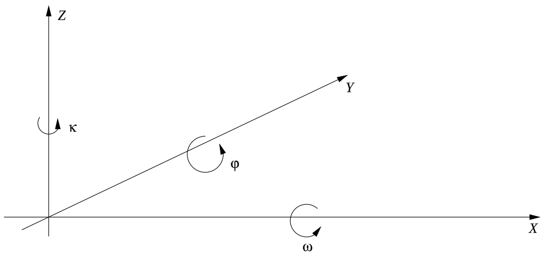

Abbildung 2.5: Rotation um die Achsen des Koordinatensystems mit den Winkeln ω, φ, κ

Mit den Eulerwinkeln (Kap. 2.1) ω, φ, κ läßt sich die notwendige Rotation in drei aufeinanderfolgende Teildrehungen $\underline{\mathbf{R}}_X, \underline{\mathbf{R}}_Y, \underline{\mathbf{R}}_Z$ zerlegen, wobei $\underline{\mathbf{R}}_X$ die Rotation um die X-Achse mit dem Winkel ω, $\underline{\mathbf{R}}_Y$ die Rotation um die Y-Achse mit dem Winkel φ und $\underline{\mathbf{R}}_Z$ die Rotation um die Z-Achse mit dem Winkel κ beschreibt.

$$\underline{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

$$\underline{\mathbf{R}}_X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega) & -\sin(\omega) \\ 0 & \sin(\omega) & \cos(\omega) \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

$$\underline{\mathbf{R}}_Y = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & 0 & \sin(\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

$$\underline{\mathbf{R}}_Z = \begin{pmatrix} \cos(\kappa) & -\sin(\kappa) & 0 \\ \sin(\kappa) & \cos(\kappa) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

Da Matrixmultiplikation nicht kommutativ ist, ist die Reihenfolge der Drehung wichtig für die Reihenfolge der Matrizen bei der Multiplikation der einzelnen Rotationsmatrizen. Wird erst um die X-Achse, dann um die Y-Achse und dann um die Z-Achse gedreht, lautet die Reihenfolge der Rotationsmatrizen:

$$\underline{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{R}}_Z \; \underline{\mathbf{R}}_Y \; \underline{\mathbf{R}}_X \tag{2.8}$$

Die vollständige Koordinatentransformation der Abbildung von 3D–Weltkoordinaten auf 3D–Bildkoordinaten lautet also:

$$\begin{pmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X - X_O \\ Y - Y_O \\ Z - Z_O \end{pmatrix} \tag{2.9}$$

Die Transformation (2.9) überführt den Objektpunkt $P(X, Y, Z)$ in die 3D–Bildkoordinaten $P^*(X^*, Y^*, Z^*)$. Die *Nadirprojektion* (Abb. 2.6) bezeichnet die Abbildung des Punktes $P^*(X^*, Y^*, Z^*)$ auf den Punkt $p(x, y, -f)$ in der Bildebene und folgt aus den Strahlensätzen:

$$\frac{x}{-f} = \frac{X^*}{Z^*} \longrightarrow x = -f\frac{X^*}{Z^*} \tag{2.10}$$

$$\frac{y}{-f} = \frac{Y^*}{Z^*} \longrightarrow y = -f\frac{Y^*}{Z^*} \tag{2.11}$$

Die folgenden Formeln beschreiben die vollständige Abbildung in kartesische Koordinaten:

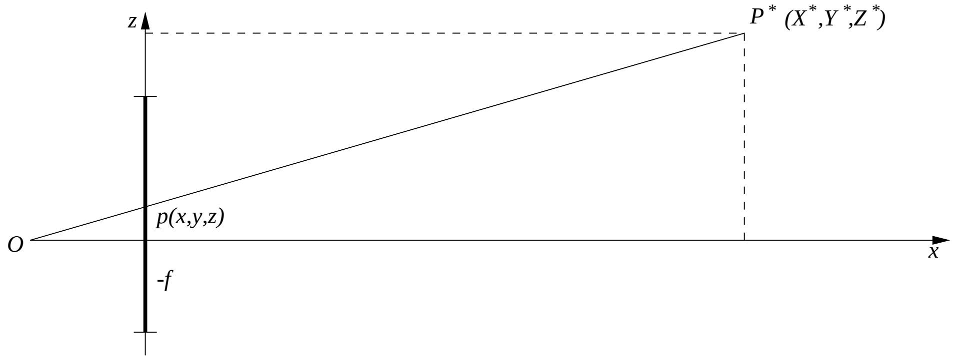

Abbildung 2.6: Die Nadirprojektion (Abbildung des dreidimensionalen Punktes $P^*(X^*, Y^*, Z^*)$ in 3D-Bildkoordinaten auf den Punkt $p(x, y, z)$ in der Bildebene) mit $z = -f$

$$x = -f\frac{r_{11}(X - X_O) + r_{12}(Y - Y_O) + r_{13}(Z - Z_O)}{r_{31}(X - X_O) + r_{32}(Y - Y_O) + r_{33}(Z - Z_O)} \tag{2.12}$$

$$y = -f\frac{r_{21}(X - X_O) + r_{22}(Y - Y_O) + r_{23}(Z - Z_O)}{r_{31}(X - X_O) + r_{32}(Y - Y_O) + r_{33}(Z - Z_O)} \tag{2.13}$$

2.3 Perspektive Abbildung in homogenen Koordinaten

Projektive Transformationen sind sehr rechenintensiv, und die perspektive Abbildung als Spezialfall der projektiven Transformation ist außerdem nicht linear. Ein Ansatz, das Problem der Nichtlinearität zu lösen, sind homogene Koordinaten. Eingeführt von Maxwell [9], spielen sie eine zentrale Rolle in der projektiven Geometrie und sind ein Standardwerkzeug in der Computergraphik. Hier werden sie verwendet, um die perspektive Abbildung zu linearisieren.

Die Transformationen eines Koordinatenvektors können in homogenen Koordinaten durch die Multiplikation mit einer (4×4)–Matrix realisiert werden, insbesondere die Translation T wird in homogenen Koordinaten zu einer Multiplikation mit einer (4×4)–Matrix. Dadurch hat man die Möglichkeit, die für die perspektive Abbildung notwendigen Operationen multiplikativ zu verketten. Diese Verkettung ist besonders dann von Vorteil, wenn mehrere Koordinatentransformationen hintereinander ausgeführt werden müssen. Dies ist zum Beispiel der Fall, wenn eine Kamera auf das n-te Glied eines Roboterarmes montiert wird. Es müssen nun (n+1) Koordinatentransformationen durchgeführt werden. Die Koordinatentransformation in kartesischen Koordinaten wird durch (n+1)-maliges Einsetzen der Gleichung (2.3) in sich selbst und anschließende Anwendung der Gleichungen (2.10) und (2.11) durchgeführt. (Der Index k steht für kartesischem Koordinaten, Index h für homogene)

$$p'_k = \underline{\mathbf{R}}_{n+1}(\underline{\mathbf{R}}_n(\underline{\mathbf{R}}_{n-1}(\ldots(\underline{\mathbf{R}}_1\ P_k - \underline{\mathbf{T}}_1)\ldots - T_n) - T_{n+1})) \tag{2.14}$$

Im Gegensatz dazu steht die Transformationsgleichung in homogenen Koordinaten:

$$p'_h = \underline{\mathbf{R}}_{n+1} \cdot \underline{\mathbf{T}}_{n+1} \cdot \underline{\mathbf{R}}_n \cdot \underline{\mathbf{T}}_n \ldots \underline{\mathbf{R}}_1 \cdot \underline{\mathbf{T}}_1 \cdot P_h \tag{2.15}$$

Dieser Ausdruck ist einfacher zu handhaben als Gleichung (2.14).

Hier soll nun eine kurze Einführung der homogenen Koordinaten erfolgen.

2.3.1 Homogene Koordinaten

Die Beschreibung der homogenen Koordinaten wurde von S. Bohrer [2] übernommen, allerdings wird in Anlehnung an J.L. Encarnação [10] hier die Beschreibung einfacher gehalten. In einer euklidischen Ebene definiert ein Tupel (x, y) einen Punkt und die Gleichung

$$ax + by + c = 0 \tag{2.16}$$

oder als Matrixgleichung

$$(x, y, 1) \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0 \tag{2.17}$$

eine Gerade. Die Koordinaten (2.17) werden als kartesische Koordinaten des Punktes bzw. der Geraden bezeichnet. Die Matrix $(x, y, 1)$ wird die Matrix der Punktkoordinaten genannt und gibt alle Punkte auf einer Geraden an. Die Matrix $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ gibt alle Geraden durch einen Punkt an und wird die Matrix der Linienkoordinaten genannt. Offensichtlich benötigt man für die Beschreibung einer Geraden drei Koordinaten und für die Beschreibung eines Punktes nur zwei Koordinaten. Es soll nun angenommen werden, daß auch ein Punkt durch drei Koordinaten (x, y, w) beschrieben wird. Es entsteht dann die Gleichung:

$$(x, y, w) \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0 \tag{2.18}$$

Für $w = 1$ ergeben sich die kartesischen Koordinaten. Ergibt sich durch z.B. Koordinatentransformation $w \neq 1$, wird Gleichung (2.18) zur Bestimmung der kartesischen Koordinaten umgeschrieben.

$$\frac{1}{w}(x, y, w) \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \left(\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, 1\right) \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0 \tag{2.19}$$

Dadurch ergibt sich folgende Umrechnungsformel mit x_k, y_k für kartesische Koordinaten und x_h, y_h für die x– bzw. y–Komponente der homogenen Koordinaten.

$$x_k = \frac{x_h}{w}, y_k = \frac{y_h}{w}. \tag{2.20}$$

Die Multiplikation von Gleichung (2.17) mit w ergibt:

$$(wx, wy, w) \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0 \tag{2.21}$$

Die Matrizen (wx, wy, w) und $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ werden die homogenen Koordinaten des Punktes bzw. der Geraden genannt. Mit Gleichung (2.20) können die kartesischen Koordinaten ermittelt werden.

Analog zur Ebene kann man für einen Punkt (x, y, z) im 3D–Raum definieren:

$$[x, y, z, 1] = \frac{1}{w}[r, s, t, w] \tag{2.22}$$

mit $r = wx, s = wy, t = wz$.

Die Koordinate w gibt den Skalierungsfaktor für Punkte auf der Geraden (x, y, z) an. Jeder Punkt eines 3D–Raumes läßt sich so beschreiben. Rotation, Translation, Skalierung, Projektion, Perspektive, Reflektion und Scherung werden als (4×4)–Matrizen dargestellt. Dabei werden, im Gegensatz zur kartesischen Darstellungsform alle Operationen linear.

Die Umrechnung von kartesischen auf homogene Koordinaten (2.23) und die von homogenen auf kartesische Koordinaten (2.24) lauten:

$$\begin{pmatrix} r \\ s \\ t \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.23}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r}{u} \\ \frac{s}{u} \\ \frac{t}{u} \end{pmatrix} \tag{2.24}$$

Auswirkungen der homogenen Koordinaten auf die perspektive Abbildung

Durch die Linearisierung wird eine einfache Matrixverkettung der perspektiven Abbildung möglich. Alle Transformationen sind Kompositionen aus Rotation, Translation, globaler und lokaler Skalierung, Reflektion, perspektiver Projektion und Scherung. Durch Multiplikation der Einzelmatrizen entsteht eine allgemeine (4×4)–Gesamttransformationsmatrix $\underline{\mathbf{A}}$, die die Abbildung beschreibt.

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_{34} \\ p_{41} & p_{42} & p_{43} & s_{44} \end{pmatrix} \tag{2.25}$$

Die Elemente $r_{ij},\ i,j = 1,\ldots,3$ beschreiben die Operationen der Rotation, lokalen Skalierung und der Scherung, $t_{i4},\ i = 1,\ldots,3$ stellen die Translation dar, s_{44} ist die globale Skalierung und die Koeffizienten $p_{4j},\ j = 1,\ldots,3$ beschreiben die gewählte perspektive Transformation, also Parallelprojektion oder perspektive Abbildung.

Die Matrizen der einzelnen Abbildungskomponenten, von denen hier nur die Rotation und die Translation eingehender behandelt werden, sehen dann wie folgt aus:

$$\underline{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.26}$$

$$\underline{\mathbf{R}}_X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega) & -\sin(\omega) & 0 \\ 0 & \sin(\omega) & \cos(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

$$\underline{\mathbf{R}}_Y = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & 0 & \sin(\varphi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.28}$$

$$\underline{\mathbf{R}}_Z = \begin{pmatrix} \cos(\kappa) & -\sin(\kappa) & 0 & 0 \\ \sin(\kappa) & \cos(\kappa) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.29}$$

Multiplikation eines Koordinatenvektors mit der Matrix $\underline{\mathbf{R}}_X$ führt die Rotation um die X–Achse aus, mit $\underline{\mathbf{R}}_Y$ um die Y–Achse und mit $\underline{\mathbf{R}}_Z$ um die Z-Achse dar. Durch die Hintereinanderausführung der Multiplikationen wird das Koordinatensystem rotiert (vgl. Kapitel 2.2).

$$\underline{\mathbf{LS}} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underline{\mathbf{GS}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g \end{pmatrix} \underline{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_O \\ 0 & 1 & 0 & Y_O \\ 0 & 0 & 1 & Z_O \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.30}$$

Durch Multiplikation mit der Matrix $\underline{\mathbf{LS}}$ wird die lokale Skalierung berechnet, wobei s_x, s_y, s_z die Skalierungsfaktoren entlang der jeweiligen Achsen sind. Für

$0 < s_i < 1,\ i \in \{x,y,z\}$ liegt eine Stauchung, für $s_i = 1,\ i \in \{x,y,z\}$ keine Skalierung und für $1 < s_i < \infty,\ i \in \{x,y,z\}$ eine Streckung vor. Die Multiplikation mit der Matrix $\underline{\mathbf{GS}}$ bewirkt die globale Skalierung und die mit $\underline{\mathbf{T}}$ die Translation um (x_O, y_O, z_O).

$$\underline{\mathbf{SH}} = \begin{pmatrix} 1 & sh_1 & sh_2 & 0 \\ sh_3 & 1 & sh_4 & 0 \\ sh_5 & sh_6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underline{\mathbf{PP}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_0 & 1 \end{pmatrix} \underline{\mathbf{ZP}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{z_0} & 1 \end{pmatrix} \tag{2.31}$$

$\underline{\mathbf{SH}}$ stellt die Matrix der Scherung dar, $\underline{\mathbf{PP}}$ die Matrix der Parallelprojektion und $\underline{\mathbf{ZP}}$ die Matrix der Zentralprojektion.

Ein Sonderfall ist die affine Abbildung mit den Koordinatenwerten $p_{41} = p_{42} = p_{43} = 0$. Affine Abbildungen bestehen also nur aus Rotation, Translation, Scherung und Skalierung. Ein Produkt affiner Tranformationen ist wieder eine affine Abbildung. Beispiele für affine Abbildungen sind die *parallele*[1] und die *orthographische* [2] Projektion. Im folgenden wird stets perspektive Abbildung (Zentralprojektion) betrachtet.

2.3.2 Die Perspektive Abbildung in homogenen Koordinaten

Die Schritte, die für die perspektive Abbildung in homogenen Koordinaten durchzuführen sind, sind grundsätzlich die gleichen wie für die perspektive Abbildung in kartesischen Koordinaten. Der Objektpunkt wird durch Translation, Rotation und perspektive Projektion des Weltkoordinatensystems in Bildkoordinaten abgebildet und anschließend in die Bildebene projeziert. Die Translation $\underline{\mathbf{T}}$ lautet in homogenen Koordinaten:

[1] Bei der Parallelprojektion sind die Projektionsstrahlen parallel und das Projektionszentrum liegt im Schnittpunkt der Projektionsgeraden, also unendlich weit von der Projektionsebene weg.

[2] Bei der orthographischen oder senkrechten Projektion ist die Projektionsrichtung senkrecht zur Projektionsebene.

$$\begin{array}{ccccc} p' & = & \underline{\mathbf{T}} & & P_h \\ \begin{pmatrix} r' \\ s' \\ t' \\ w' \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -X_O \\ 0 & 1 & 0 & -Y_O \\ 0 & 0 & 1 & -Z_O \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \cdot & \begin{pmatrix} X_h \\ Y_h \\ Z_h \\ W_h \end{pmatrix} \end{array} \tag{2.32}$$

Gleichung (2.32) zeigt, daß im Gegensatz zur Translation in kartesischen Koordinaten (Gleichung (2.2)) die Translation in homogenen Koordinaten eine Matrixmultiplikation ist. Entsprechend den Gleichungen (2.28) – (2.29) für kartesische Koordinaten läßt sich die Rotation für homogene Koordinaten in aufeinanderfolgende Teilrotationen ($\underline{\mathbf{R}}_X$, $\underline{\mathbf{R}}_Y$, $\underline{\mathbf{R}}_Z$) zerlegen.

Selbstverständlich ist auch hier die Reihenfolge der Matrizen abhängig von der Reihenfolge der Drehung der Achsen. Es gilt:

$$\underline{\mathbf{R}}_h = \underline{\mathbf{R}}_Z \; \underline{\mathbf{R}}_Y \; \underline{\mathbf{R}}_X \tag{2.33}$$

für die Rotation zuerst um die X–Achse, dann um die Y–Achse und schließlich um die Z–Achse.

Die Transformation von Weltkoordinaten in Bildkoordinaten lautet also analog zu Gleichung (2.3)

$$P^* = \underline{\mathbf{R}}_h \; \underline{\mathbf{T}} \; P_h. \tag{2.34}$$

Die Projektion der Bildkoordinaten in die Bildebene beschreibt die Matrix der Zentralprojektion $\underline{\mathbf{ZP}}$ ($\underline{\mathbf{ZP}}$ wie in (2.31)).

Die vollständige Transformation lautet:

$$p' = \underline{\mathbf{ZP}} \; \underline{\mathbf{R}}_h \; \underline{\mathbf{T}} \; P \tag{2.35}$$

Setzt man nun $\underline{\mathbf{A}} := \underline{\mathbf{ZP}} \; \underline{\mathbf{R}}_h \; \underline{\mathbf{T}}$, erhält man:

$$p' = \underline{\mathbf{A}} P \tag{2.36}$$

Die Matrix $\underline{\mathbf{A}}$ hat folgende Form:

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{11}X_O + r_{12}Y_O + r_{13}Z_O \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{21}X_O + r_{22}Y_O + r_{23}Z_O \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{31}X_O + r_{32}Y_O + r_{33}Z_O \\ r_{31}/f & r_{32}/f & r_{33}/f & r_{31}X_O + r_{32}Y_O + r_{33}Z_O/f \end{pmatrix} \tag{2.37}$$

Gleichung (2.37) macht deutlich, daß die perspektive Abbildung in homogenen Koordinaten durch eine einzige lineare Operation, also eine einzige Transformationsmatrix beschrieben wird.

Kapitel 3

Die inverse perspektive Kartierung

Ein Spezialfall der perspektiven Abbildung ist die Abbildung von einem 2D–Objektraum (2D–Bildebene) auf eine 2D–Bildebene, der perspektive Kartierung genannt wird.

$$P : R^2 \longrightarrow R^2 \qquad (x', y') = f_b(x, y) \tag{3.1}$$

Die Beschreibung der perspektiven Kartierung soll mittels kartesischer und homogener Koordinaten erfolgen. Zuerst wird die anschaulichere Beschreibung für kartesische Koordinaten gezeigt und danach die, im Gegensatz dazu, einfachere rechnerische Handhabung der homogenen Koordinaten erläutert.

Unter Beibehaltung des Projektionszentrums projeziert die perspektive Kartierung das Bild einer Szene auf eine frei definierbare Fläche (Abb. 3.1), hier die Bewegungsebene. Sie wurde von Mallot et al. zur Trennung hochstehender Objekte von der horizontalen Bewegungsebene, eingeführt [5].

Durch perspektive Abbildung wird der Objektpunkt $P(X, Y, Z)$ bezüglich des Projektionszentrums O auf den Bildpunkt $p(u, v, w)$ abgebildet. Der Bildpunkt p ist dabei durch den Schnittpunkt der Bildebene und dem Projektionsstrahl PO bestimmt. Der Schnittpunkt von PO mit der Bewegungsebene, P_H, ist die perspektive Kartierung von p auf die horizontale Bewegungsebene.

Für die *inverse perspektive Kartierung* wird angenommen, daß alle Punkte der Bildebene p_i durch perspektive Abbildung der korrespondierenen Punkte

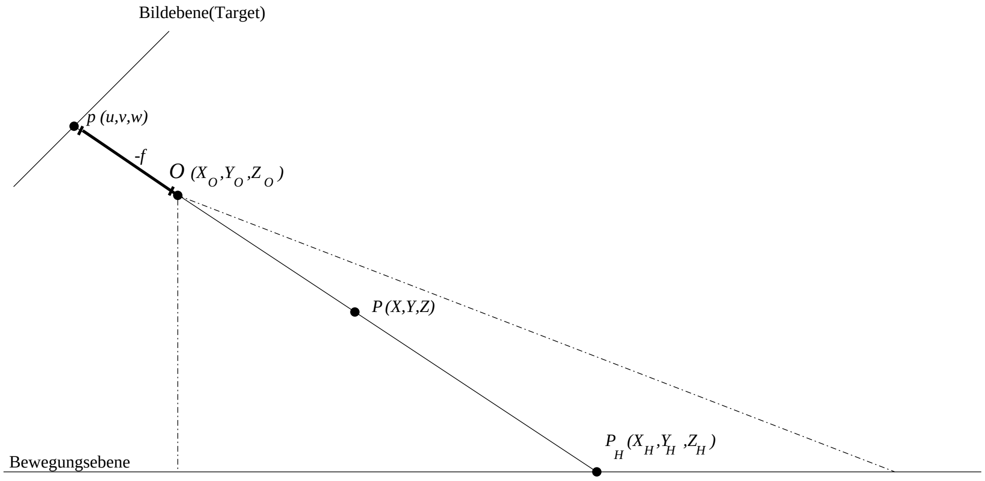

Abbildung 3.1: Koordinatensysteme der perspektiven Kartierung

auf der Bewegungsebene entstanden sind. Damit wird jedem Bildpunkt ein Zielpunkt zugeordnet. Das heißt, die Abbildungsvorschrift ist eindeutig und invertierbar bezüglich der Bewegungsebene und der Bildebene. Der Punkt P wird also durch seine Projektion P_H ersetzt. Inverse perspektive Kartierung ist keine Invertierung der perspektiven Abbildung, denn dies ist mathematisch unmöglich, wie in Kapitel 2 erwähnt. Aber unter der hier angegebene Randbedingung, daß alle Punkte auf der Bewegungsebene liegen, stellt sie eine korrekte Invertierung dar.

Eine Komposition von perspektiver und inverser perspektiver Kartierung bildet die Bewegungsebene auf sich selbst ab und erzeugt dadurch eine vergrößernde und verzerrende Darstellung von hochstehenden, das heißt nicht in der Ebene befindlichen Objekten, von der Bewegungsebene wird hingegen eine virtuelle Aufsicht erzeugt (Abbildung 3.2).

3.1 Perspektive Kartierung in kartesischen Koordinaten

Die in Kapitel 2 hergeleiteten Formeln setzen als bekannte Größen die Weltpunkte $P(X, Y, Z)$ vorraus. Es liegen aber die Weltpunkte in Bildkoordinaten vor, nämlich die aufgenommenen Bilder. Um die Formeln aus Kapitel 2 verwenden zu können, wird bei der perspektiven Kartierung die XY–Ebene des Weltkoordinatensystems in die Bildebene gelegt, womit angenommen wird, daß

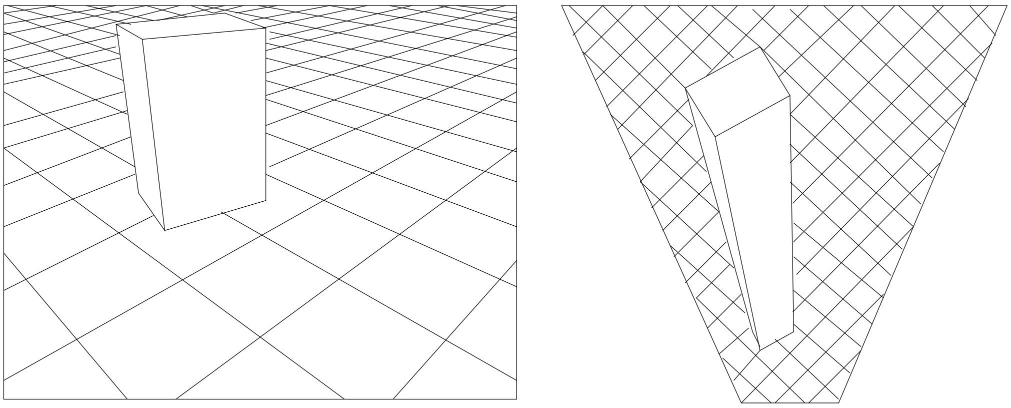

Abbildung 3.2: Perspektives Abbild und inverse perspektive Kartierung des Abbildes einer Szene

die bekannten Größen die Weltkoordinaten sind. Die Bewegungsebene wird zur neuen Bildebene definiert in der die zu berechnenden Punkte $p(x, y)$ liegen. Die Transformation lautet dann gemäß der Gleichungen (2.12) und (2.13) mit $Z_H = 0$, da alle abzubildenen Punkte in der XY–Ebene des Weltkoordinatensystems liegen,

$$x = -f\frac{r_{11}(X_H - X_O) + r_{21}(Y_H - Y_O) - r_{31} \cdot Z_O}{r_{31}(X_H - X_O) + r_{23}(Y_H - Y_O) - r_{33} \cdot Z_O} \tag{3.2}$$

$$y = -f\frac{r_{12}(X_H - X_O) + r_{22}(Y_H - Y_O) - r_{32} \cdot Z_O}{r_{31}(X_H - Y_O) + r_{32}(Y_H - Y_O) - r_{33} \cdot Z_O} \tag{3.3}$$

Die Gleichungen (3.2) und (3.3) beschreiben die perspektive Kartierung des Abbildes einer Szene. Um allerdings die funktionalen Möglichkeiten der perspektiven Kartierung zu verstehen, ist es notwendig, die Abbildung des Objektpunktes in der perspektiven Kartierung zu kennen. Eine Möglichkeit bietet die Verkettung von perspektiver Abbildung und perspektiver Kartierung mittels der hergeleiteten Formeln.

Eine andere Möglichkeit ist die Betrachtung des Objektpunktes in der inversen perspektiven Kartierung. Dies ist einfacher, da das invers perspektiv kartierte Abbild des Punktes p nicht nur duch den Schnitt der Geraden pO, sondern auch durch den Schnitt der Geraden PO mit der Bewegungsebene festgelegt wird. Eine besonders einfache Beschreibung dieser Abbildung kann dann vorgenommen werden, wenn die neue Bildebene in die XY–Ebene des Weltkoordinatensystems gelegt wird. Die notwendige Koordinatentransformation vereinfacht sich dadurch, daß das Weltkoordinatensystem parallel zum Bildkoordinatensystem liegt. Die Abbildung des Objektpunktes P auf die Bewegungsebene berechnet sich nach den Strahlensätzen zu:

$$\frac{X_H - X_O}{Z_O} = \frac{X - X_O}{Z_O - Z} \longrightarrow X_H = Z_O \frac{X - X_O}{Z_O - Z} + X_O$$

$$X_H = \frac{Z_O X - Z_O X_O + Z_O X_O - X_O Z}{Z_O - Z} = \frac{Z_O X - X_O Z}{Z_O - Z} \tag{3.4}$$

$$\frac{Y_H - Y_O}{Z_O} = \frac{Y - Y_O}{Z_O - Z} \longrightarrow Y_H = \frac{Z_O Y - Z_O Y_O + Z_O Y_O - Y_O Z}{Z_O - Z} = \frac{Z_O Y - Y_O Z}{Z_O - Z} \tag{3.5}$$

3.2 Perspektive Kartierung in homogenen Koordinaten

Für die inverse perspektive Kartierung in homogenen Koordinaten gelten die gleichen Überlegungen wie für die Kartierung in kartesischen Koordinaten in Kapitel 3.1. Die XY–Ebene des Weltkoordinatensystems wird auch hier in die Bildebene gelegt. Ein Punkt p im 3D–Raum wird in homogenen Koordinaten durch den folgenden Vektor beschrieben (vgl. 2.22):

$$p = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

Zunächst wird um den Translationsvektor mittels $\underline{\mathbf{T}}$ verschoben, danach mittels der Rotationsmatrix $\underline{\mathbf{R}}$ gedreht und danach die perspektive Abbildung $\underline{\mathbf{ZP}}$ auf die Punkte der Bewegungsebene angewandt. Die Gesamttransformation lautet:

$$P_H = \underline{\mathbf{ZP}}\ \underline{\mathbf{R}} p \tag{3.7}$$

Zusammenfassend gilt folgende Gleichung in homogenen Koordinaten:

$$\begin{pmatrix} X_H \\ Y_H \\ Z_H \\ W_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{11}X_O + r_{12}Y_O + r_{13}Z_O \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{21}X_O + r_{22}Y_O + r_{23}Z_O \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{31}X_O + r_{32}Y_O + r_{33}Z_O \\ r_{31}/f & r_{32}/f & r_{33}/f & r_{31}X_O + r_{32}Y_O + r_{33}Z_O/f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

Wird die neue Bildebene in die XY–Ebene des Welkoordinatensystems gelegt lautet die Abbildung

$$\begin{pmatrix} X_H \\ Y_H \\ Z_H \\ W_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_O \\ 0 & 1 & 0 & Y_O \\ 0 & 0 & 1 & Z_O \\ 0 & 0 & \frac{1}{f} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

Kapitel 4

Funktionelle Konsequenzen der perspektiven Kartierung

Das natürliche Sehen, die technische Bildverarbeitung und die Fotografie beruhen auf einer Funktion, die die dreidimensionale Umwelt auf ein zweidimensionales Bild projeziert.

$$f : R^3 \longrightarrow R^2 \qquad (x', y') = f(X, Y, Z) \tag{4.1}$$

Beim natürlichen Sehen und der technischen Bildverarbeitung besteht außerdem die Aufgabe, aus dem Abbild der Szene Informationen zu ziehen. Die Aufgaben können trivialer Art sein, wie z.B. festzustellen, ob Tag oder Nacht ist. An der Abbildung 4.1 sieht man die Schwierigkeit, aus einen Abbild einer räumlichen Szene Informationen zu ziehen. Die Polyeder A und B führen im Abbild zur selben Projektion.

Obwohl die perspektive Abbildung formal nicht umkehrbar ist, haben Lebewesen keine Schwierigkeit, aus den Informationen des zweidimensionalen Abbilds Rückschlüsse auf Raum und Tiefe zu ziehen. Solche Informationen sind z.B. Verdeckung durch vorgelagerte Objekte, Schattenwurf, Schattierung von Oberflächen und andere.

Die Stereopsis ist ein wichtige Möglichkeit, die von Lebewesen und zunehmend von der technischen Bildverarbeitung genutzt wird, um die räumliche Rekonstruktion der Szene zu leisten.

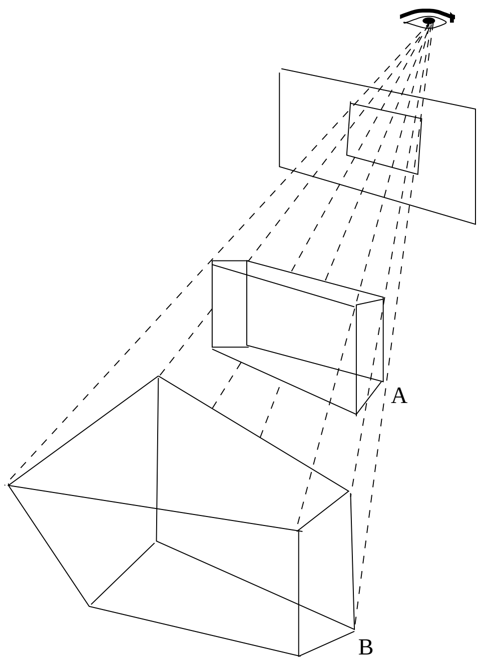

Abbildung 4.1: Vieldeutigkeit der perspektiven Abbildung (aus [6])

4.1 Funktionelle Konsequenzen der perspektiven Kartierung für die Stereopsis

Der Mensch betrachtet eine Szene aus zwei verschiedenen Blickwinkeln. Die Sehachsen beider Augen treffen sich in einem Punkt, dem Fixierpunkt F. Dieser Punkt wird bei foveazentrierten Koordinatensystemen in beiden Augen in den Ursprung projeziert (Abb. 4.2).

Wird ein Objektpunkt $P(X, Y, Z)$ betrachtet, der vor oder hinter dem Fixierpunkt liegt, dann wird dieser in beiden Augen mit unterschiedlichem Abstand zum Ursprung abgebildet. Die Differenz des Abstands wird als *Disparität* bezeichnet. Man unterscheidet hierbei die Horizontaldispariät $d_h = x_l - x_r$ und die Vertikaldispariät $d_v = y_l - y_r$. Ist die Disparität eines Bildpunktes p bekannt, so ist die Berechnung des Ortes des zugehörigen Objektpunktes P eine formale Aufgabe. Die größte Schwierigkeit liegt aber in der Berechnung der korrespondierenden Bildpunkte in beiden Bildebenen. Nach Poggio [7] teilt sich die stereoskopische Tiefenschätzung in vier Teilaufgaben:

1. Wahl eines Bildpunktes p_l in einem der Netzhautbilder bzw. des Target

der Kamera, hier links. Der Bildpunkt p_l ist das Abbild des Objektpunktes P.

2. Suche nach dem zu p_l korrespondierendem Punkt p_r in dem anderen Netzhautbild, hier entsprechend das rechte (auch ein Abbild des Objektpunktes P).

3. Vermessen der Bildpunkte auf der jeweiligen Netzhaut bzw. dem Target der Kamera.

4. Berechnung der Entfernung zum Objektpunkt aus der Disparität, mit Kenntnis der Abbildungsgeometrie.

Die beiden letzten Teilaufgaben sind einfacher geometrischer Art, nicht jedoch die Berechnung der korrespondierenden Bildpunkte, da die Projektion des Objektpunktes an verschiedenen Netzhautorten liegen kann. Durch die im folgenden in Anlehnung an Storjohann [1] gezeigten Konsequenzen der perspektiven Kartierung für die Stereopsis wird das Korrespondenzproblem stark vereinfacht. Gezeigt wird, wie sich die perspektive Kartierung auf die *epipolaren Linien* und die *isodisparaten Flächen* auswirkt. Durch die Verformung der isodisparaten Flächen kann man die sogenannte *Nulldisparitätsebene* mit der Bewegungsebene zusammenlegen, was die Hinderniserkennung auf die Suche nach Störungen in einem Differenzbild vereinfacht.

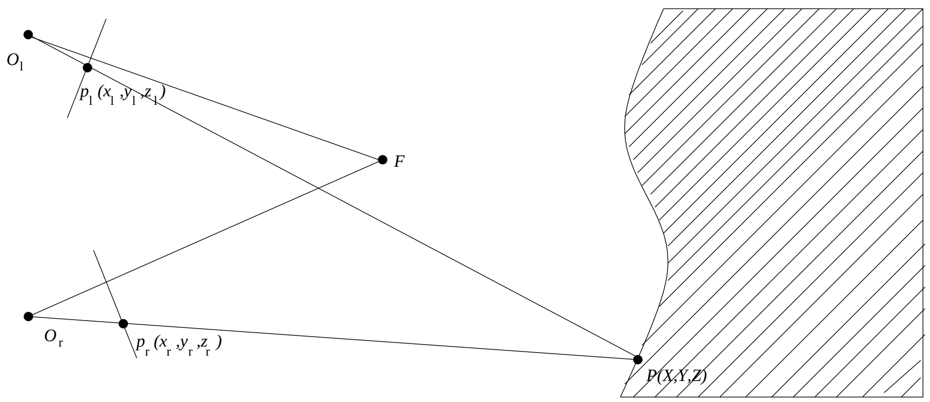

Abbildung 4.2: Geometrie des Stereosehens (aus [1])

4.1.1 Parallelisierung der epipolaren Linien

Ein interessanter Aspekt der perspektiven Kartierung, der allerdings in dieser Arbeit nicht zum Tragen kommt, ist die Möglichkeit der Parallelisierung der epipolaren Linien (vergleiche Storjohann [1]). Dadurch wird das Korrespondenzproblem vereinfacht. Die Suche nach dem mit Bildpunkt p_l korrespondierenden Bildpunkt p_r ist eine zweidimensionale Aufgabe. Sie kann aber bei Kenntnis der Abbildungsgeometrie um eine Dimension verringert werden. Diese Maßnahme reduziert die möglichen Korrespondenzen und vereinfacht die Suchoperation.

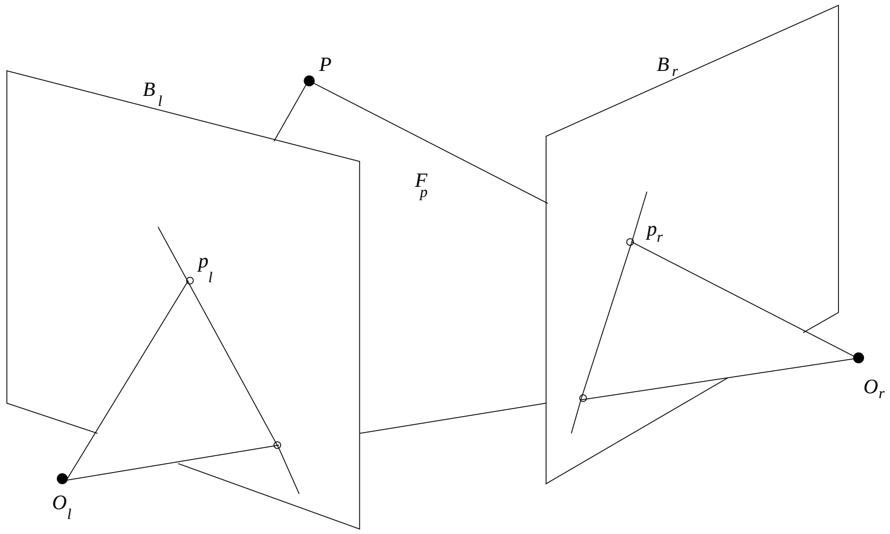

Abbildung 4.3: Epipolare Linien für normale Perspektive (aus [1])

In Abbildung 4.3 ist zu sehen, daß die Projektion eines Objektpunktes P auf einer Ebene F_p liegen muß. Die Ebene F_p ist definiert durch den Punkt P und die Projektionszentren O_l und O_r. Es folgt, daß die Projektionen in beiden Bildebenen auf Geraden liegen, die durch den Schnitt der Bildebenen mit der Ebene F_p definiert werden. Damit ist dann der zu p_l korrespondierende Punkt p_r auf der Schnittgeraden von F_p und der Bildebene B_r zu suchen. Diese Gerade wird als epipolare Linie bezeichnet und zur Vereinfachung von Korrespondenzproblemen genutzt.

Die Steigung der epipolaren Linien hängt vom Ort des Objektpunktes ab. Sind die Kameras so angeordnet, daß die Bildebenen parallel zu der Geraden durch die Projektionszentren liegen, sind alle epipolaren Linien parallel. Dies bietet rechnerische Vorteile. Zum Beispiel muß bei der Suche nach dem korrespondierenden Pixel die Geradengleichung der epipolaren Linie nicht berechnet werden.

Wählt man O_r als Ursprung eines Koordinatensystems, so bezeichnen O_l und P jeweils Vektoren. Um die Richtung der epipolaren Linien der linken Bildebene zu erhalten, bestimmt man das Vektorprodukt:

$$O_l \times P \tag{4.2}$$

Damit erhält man den Normalenvektor der Ebene F_p. Das Vektorprodukt der Normalenvektoren von F_p und der linken Bildebene bestimmt die Richtung der epipolaren Linien der linken Bildebene. Sei B_l der Normalenvektor der linken Bildebene, dann ist die Richtung der epipolaren Linien:

$$B_l \times (O_l \times P) \tag{4.3}$$

Die epipolaren Linien zweier verschiedener Objektpunkte P_1 und P_2 der Bildebene B_l sind dann parallel, wenn gilt:

$$\begin{aligned} &B_l \times (O_l \times P_1) = \alpha(B_l \times (O_l \times P_2)) \\ &B_l \times (O_l \times (P_1 - \alpha P_2)) = 0 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Die Gleichung (4.4) ist dann erfüllt, wenn

$$P_1 = \alpha P_2 \tag{4.5}$$

Da dann beide Objektpunkte auf den gleichen Bildpunkt abgebildet werden, ist dies aber ein trivialer Fall. Die Gleichung (4.4) ist weiterhin erfüllt, wenn:

$$B_l \| (O_l \times (P_1 - \alpha P_2) \tag{4.6}$$

Dies ist nach der Fall (siehe Storjohann [1]), wenn gilt

$$\begin{aligned} &B_l \perp (P_1 - \alpha P_2) \\ &\alpha = B_l P_1 / (P_2 B_l) \end{aligned} \tag{4.7}$$

und

$$B_l \perp O_l \tag{4.8}$$

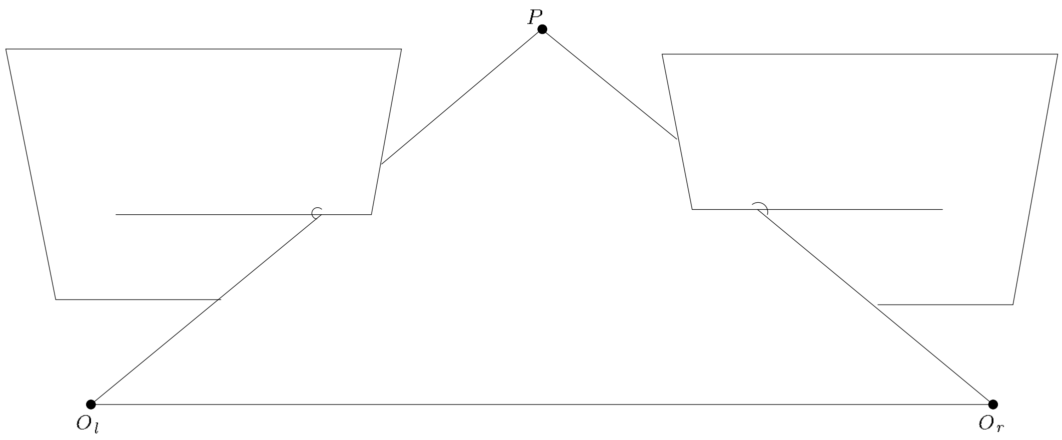

Abbildung 4.4: Epipolare Linien nach perspektiver Kartierung aus [1]

Gleichung (4.8) bedeutet, daß der Vektor O_l, der die optische Achse der Kamera darstellt, senkrecht auf dem Normalenvektor der Bildebene steht. Um die Parallelität der epipolaren Linien zu erreichen, können die Kameras so ausrichten werden , daß die Gerade $O_l O_r$ durch die Projektionszentren parallel zu den Bildebenen liegt. Dadurch liegen die optischen Achsen der Kameras parallel und der Fixierpunkt im Unendlichen. Nachteilig dabei ist, daß die Ausrichtung der Kameras vorgegeben ist und der binokulare Bereich im Nahen sehr klein ist.

Die perspektive Kartierung bietet eine einfache Lösung. In den Kapiteln 3.1 und 3.2 wird beschrieben, wie man mit ihrer Hilfe nachträglich die Orientierung der Bildebene manipulieren kann. So kann man nun die Kameras so ausrichten, daß der binokulare Bereich maximal ist und später die Bilder auf eine neue Bildebene projezieren (Abb. 4.4). Man wählt also die neuen Bildebenen so, daß sie parallel zu den Projektionszentren liegen, damit die epipolaren Linien parallel werden.

4.1.2 Verformung der isodisparaten Flächen

Wie an Abb. 4.5 ersichtlich, lassen sich für ein Stereokamerasystem Flächen definieren, die die Eigenschaft haben, daß jeder Punkt auf einer solchen Fläche mit konstanter Disparität abgebildet wird.

Diese Flächen können mit Hilfe der Vieth-Müller-Kreise konstruiert werden

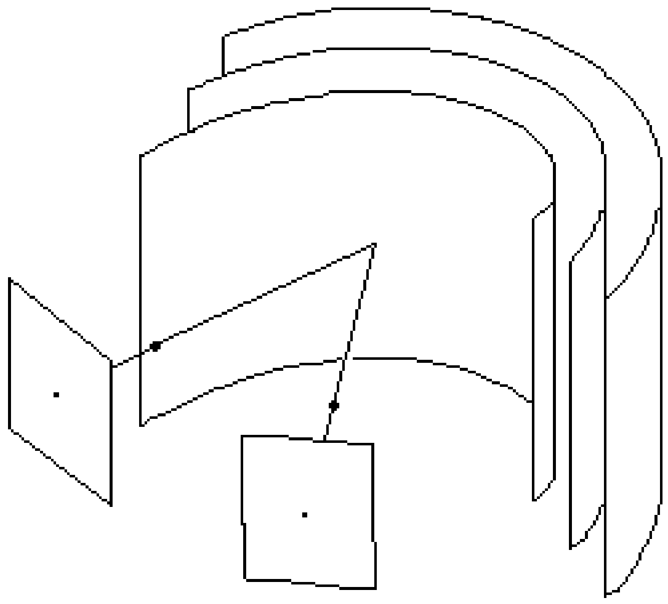

Abbildung 4.5: Isodisparate Flächen für 'normale' Perspektive (aus [1])

[6] und werden im weiteren Verlauf als isodiparate Flächen bezeichnet. Eine dieser Flächen ist die Nulldisparitätsebene. Sie hat die Eigenschaft, daß jeder Punkt auf ihr ohne Disparität abgebildet wird.

Wie in [1] ausgeführt, werden durch die perspektive Kartierung die isodisparaten Flächen verformt. Sie werden zu parallelen Ebenen (Abb. 4.6), wobei die Nulldisparitätsebene mit der neuen Bildebene, die in diesem Fall die Bewegungsebene ist, zusammenfällt. Somit löst die perspektive Kartierung das Korrespondenzproblem der Stereobilder bezüglich der Bewegungsebene. Die Abbildung führt dazu, daß beide Bilder des Stereokamerasystems innerhalb des binokularen Bereichs auf dieselbe Perspektive abgebildet werden. Die Bewegungsebene dient als Nulldisparitätsebene, wodurch alle zu ihr gehörenden Teile im binokularen Bereich identisch aufeinander abgebildet werden. Durch einen einfachen Bildvergleich können diese Regionen eliminiert werden, und alle nicht zur Bildebene gehörenden Objekte führen zu einer Störung im Differenzbild.

Die Herleitung wird in kartesischen Koordinaten durchgeführt. Die XY-Ebene des Weltkoordinatensystems wird in die gemeinsame, neue Bildebene gelegt (Abb. 4.8).

Aus den Strahlensätzen ergeben sich entsprechend Kapitel 3.1 die Formeln

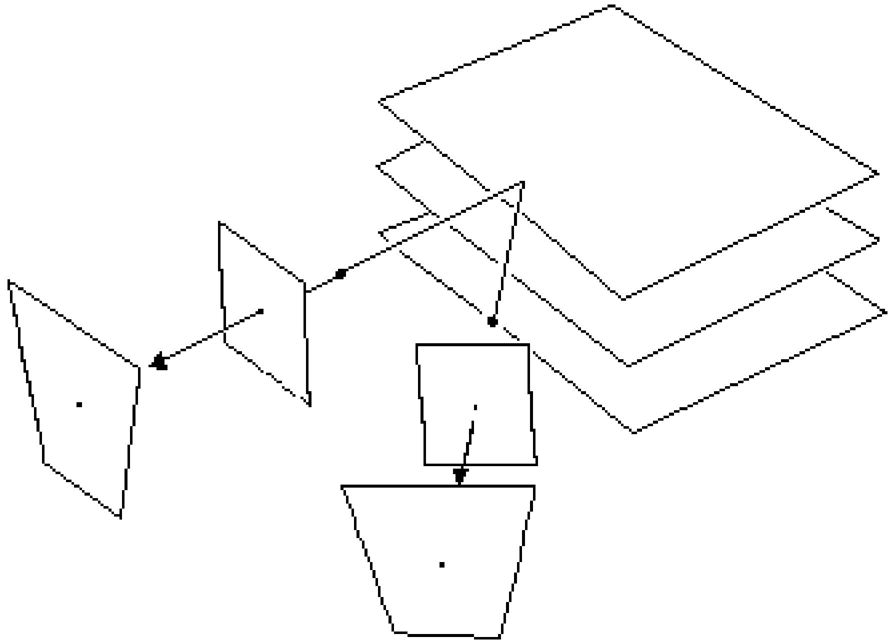

Abbildung 4.6: Isodisparate Flächen nach perspektiver Kartierung (aus [1])

(4.9) und (4.10) für die Abbildung des Objektpunktes $P(X, Y, Z)$ über die Projektionszentren beider Kameras auf die XY-Ebene des Weltkoordinatensystems:

$$x'_l = \frac{Z_{Ol}X - X_{Ol}Z}{Z_{Ol} - Z}, \qquad y'_l = \frac{Z_{Ol}Y - Y_{Ol}Z}{Z_{Ol} - Z} \tag{4.9}$$

$$x'_r = \frac{Z_{Or}X - X_{Or}Z}{Z_{Or} - Z}, \qquad y'_r = \frac{Z_{Or}Y - Y_{Or}Z}{Z_{Or} - Z} \tag{4.10}$$

Das Weltkoordinatensystem kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit so gedreht werden, daß $Y_{Ol} = Y_{Or} = 0$ ist. Außerdem soll die XY-Ebene des Weltkoordinatensystems parallel zu der Geraden durch die Projektionszentren liegen. In diesem Fall ist $Z_{Ol} = Z_{Or} = Z_O$, und für die Disparitäten folgt dann:

$$d'_x = x'_l - x'_r = \frac{Z_O X - X_{Ol}Z}{Z_O - Z} - \frac{Z_O X - X_{Or}Z}{Z_O - Z} \tag{4.11}$$

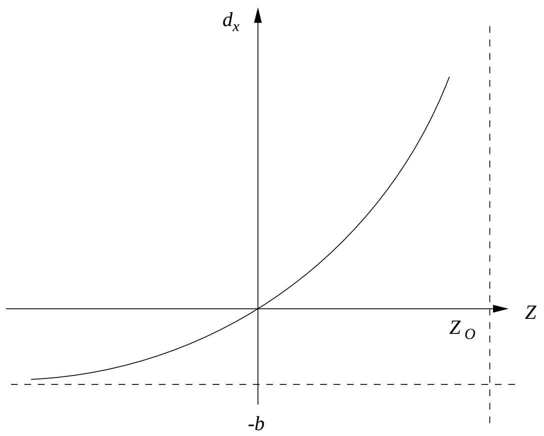

Abbildung 4.7: Disparität als Funktion der Tiefe aus [1]

$$d'_y = y'_l - y'_r = \frac{Z_O Y}{Z_O - Z} - \frac{Z_O Y}{Z_O - Z} = 0 \tag{4.12}$$

Da die gewählte Bildebene den Randbedingungen für parallele epipolare Linien genügt, treten, wie an Gleichung (4.12) zu sehen, keine Vertikaldisparitäten auf.

Wird $b : X_{Or} - X_{Ol}$ (b ist die Basis des Stereokamerasystems) definiert, so vereinfacht sich die Disparität zu:

$$d'_x = \frac{b}{Z_O/Z - 1} \tag{4.13}$$

Im Allgemeinen ist die Disparität für ein Stereokamerasystem eine Funktion der drei Weltkoordinaten des Objektpunktes:

$$d_x = f_1(X, Y, Z) \text{ und } d_y = f_2(X, Y, Z) \tag{4.14}$$

Gleichung (4.13) zeigt, daß die Disparität nach der perspektiven Kartierung der Bildebenen alleine eine Funktion der Tiefe Z (Abb. 4.7) ist:

$$d'_x = f(Z) \text{ und } d'_y = 0. \tag{4.15}$$

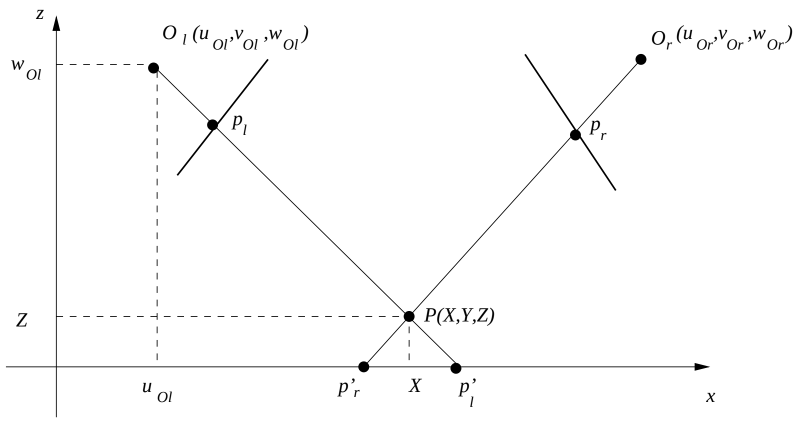

Abbildung 4.8: Koordinatensysteme de Stereokamerasystems (aus [1])

4.2 Funktionelle Konsequenzen der perspektiven Kartierung für die Hindernisdetektion

4.2.1 Hindernisdefinition

Die Detektion von Hindernissen ist eine der elementaren Aufgaben eines mobilen Roboters. Zunächst wird für die Aufgabe der Hinderniserkennung die Definition eines Hindernisses benötigt. Eine Möglichkeit besteht darin, Mustererkennung anzuwenden. Diese würde aber z.B. sowohl eine auf dem Boden stehende Drehbank als auch ein auf dem Boden liegendes Stück Papier als Hindernis erkennen. Die Mustererkennung ist operativ sehr aufwendig, insbesondere dann, wenn die Klassen der Muster sehr groß sind, und sie unterliegt stark optischen Täuschungen.

Für mobile Systeme, die sich auf einer Ebene bewegen, kann man ein Hindernis einfacher definieren. In diesem Fall charakterisiert sich ein Hindernis dadurch, daß es aus der Bewegungsebene herausragt (Abb. 4.9).

Eine operationell einfache Möglichkeit, eine Z-Komponente festzustellen, besteht in der perspektiven Kartierung. Wenn die Orientierungen der beiden Kameras bezüglich der Bewegungsebene fest und bekannt sind, kann durch die entsprechende perspektive Kartierung eine Nulldisparitätsebene erzeugt werden, die mit der Bewegungsebene zusammenfällt. Die beiden perspektiv kartierten Bilder sind identisch, wenn die Bewegungsebene hindernisfrei ist und damit das Differenzbild ein Nullbild ergibt. Für den Fall, daß sich in der

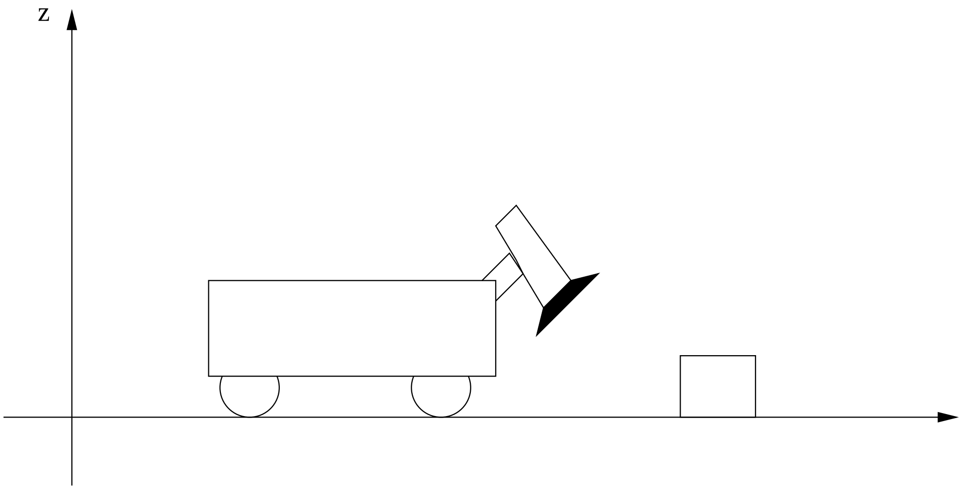

Abbildung 4.9: Hindernisdefinition durch Z-Komponente des Hindernisses

Szene ein Hindernis befindet, entsteht eine Störung im Differenzbild als Folge der disparaten Abbildung durch die Z-Ausdehnung des Hindernisses.

4.2.2 Algorithmus der inversen perspektiven Kartierung

Da es für die Implementierung einfacher ist, das Bild der einen Kamera auf die Perspektive der zweiten Kamera bezüglich der Bewegungsebene zu kartieren, werden nicht beide Bilder auf die Bewegungsebene kartiert.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird der Ursprung des Weltkoordinatensystems in das Projektionszentrum O_l der linken Kamera gelegt (Abb. 4.10).

$$O_l = (0, 0, 0, 1)^T \qquad O_r = (X_{Or}, Y_{Or}, Z_{Or}, 1)^T$$

Ein Objektpunkt P wird auf die Bildebenen beider Kameras (p_l und p_r) abgebildet. Mittels einer perspektiven Kartierung wird p_l nun auf p' in der Bewegungsebene abgebildet und von dort, mittels inverser perspektiver Kartierung, auf einen Punkt p'' in der Bildebene der zweiten Kamera.

$$\begin{array}{ll} P(X, Y, Z, 1) & p_l(x_l, y_l, -f_l, 1) \\ p_r(x_r, y_r, -f_r, 1) & p'(x', y', h, 1) \\ p''(x'', y'', -f_r, 1) & \end{array}$$

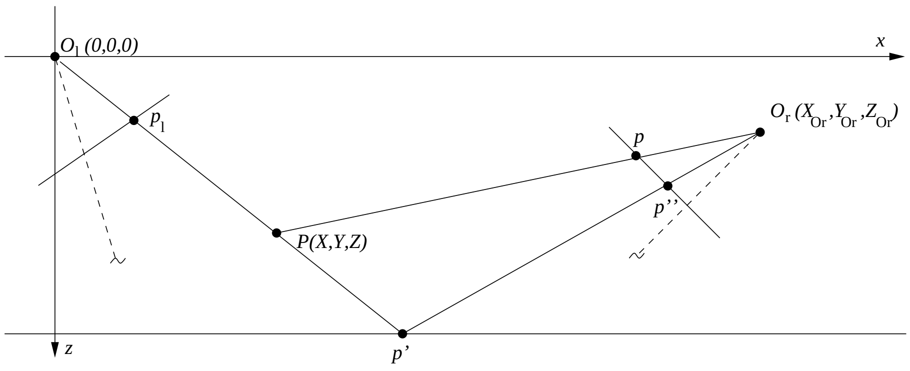

Abbildung 4.10: Koordinatensyteme des Stereokamerasystems

Es wird die Disparität d (vgl. Kap. 4.1.2) als Funktion der Weltkoordinaten des Objektpunktes f(P), f(P) $= d = p_r - p''$ gesucht. Hierzu werden die Abbildungsgleichungen von p' und p'' hergeleitet. Mit der Matrix $\underline{\mathbf{A}}$ der perspektiven Abbildung (Gleichungen (2.35) – (2.37)) auf die zweite Kamera (hier die rechte Kamera) ergibt sich $p_r = \underline{\mathbf{A}}P$

$$p_r = \begin{pmatrix} r_{11}(X + X_{Or}) + r_{12}(Y + Y_{Or}) + r_{13}(Z + Z_{Or}) \\ r_{21}(X + X_{Or}) + r_{22}(Y + Y_{Or}) + r_{23}(Z + Z_{Or}) \\ r_{31}(X + X_{Or}) + r_{32}(Y + Y_{Or}) + r_{33}(Z + Z_{Or}) \\ (r_{31}(X + X_{Or}) + r_{32}(Y + Y_{Or}) + r_{33}(Z + Z_{Or}))/ - f_r \end{pmatrix} \tag{4.16}$$

Die Matrix der Abbildung des Objektpunktes P auf die Bewegungsebene lautet nach Gleichung (2.3), also $p' = \underline{\mathbf{ZP}}\ P$:

$$p' = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z & 0 \\ 0 & 0 & Z/h & 0 \end{pmatrix} \tag{4.17}$$

Von der Bewegungsebene auf die Bildebene der zweiten, hier der rechten Kamera, wird mittels $p'' = \underline{\mathbf{A}}p' = \underline{\mathbf{A}}\ \underline{\mathbf{ZP}}P$ abgebildet.

$$p'' = \frac{1}{h} \begin{pmatrix} r_{11}(h\ X + X_{Or}\ Z) + r_{12}(h\ Y + Y_{Or}\ Z) + r_{13}(h\ Z + Z_{Or}\ Z) \\ r_{21}(h\ X + X_{Or}\ Z) + r_{22}(h\ Y + Y_{Or}\ Z) + r_{23}(h\ Z + Z_{Or}\ Z) \\ r_{31}(h\ X + X_{Or}\ Z) + r_{32}(h\ Y + Y_{Or}\ Z) + r_{33}(h\ Z + Z_{Or}\ Z) \\ (r_{31}(h\ X + X_{Or}\ Z) + r_{32}(h\ Y + Y_{Or}\ Z) + r_{33}(h\ Z + Z_{Or}\ Z))/ - f_r \end{pmatrix} \tag{4.18}$$

Die Transformation in kartesische Koordinaten ergibt für die Gleichungen (4.16) und (4.18):

$$\begin{pmatrix} x_{rk} \\ y_{rk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r_{11}(X+X_{Or})+r_{12}(Y+Y_{Or})+r_{13}(Z+Z_{Or})}{r_{31}(X+X_{Or})+r_{32}(Y+Y_{Or})+r_{33}(Z+Z_{Or})} \\ \frac{r_{21}(X+X_{Or})+r_{22}(Y+Y_{Or})+r_{23}(Z+Z_{Or})}{r_{31}(X+X_{Or})+r_{32}(Y+Y_{Or})+r_{33}(Z+Z_{Or})} \end{pmatrix} \tag{4.19}$$

und

$$\begin{pmatrix} x''_{rk} \\ y''_{rk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r_{11}(h\cdot X+Z\cdot X_{Or})+r_{12}(h\cdot Y+Z\cdot Y_{Or})+r_{13}(h\cdot Z+Z\cdot Z_{Or})}{r_{31}(h\cdot X+Z\cdot X_{Or})+r_{32}(h\cdot Y+Z\cdot Y_{Or})+r_{33}(h\cdot Z+Z\cdot Z_{Or})} \\ \frac{r_{21}(h\cdot X+Z\cdot X_{Or})+r_{22}(h\cdot Y+Z\cdot Y_{Or})+r_{23}(h\cdot Z+Z\cdot Z_{Or})}{r_{31}(h\cdot X+Z\cdot X_{Or})+r_{32}(h\cdot Y+Z\cdot Y_{Or})+r_{33}(h\cdot Z+Z\cdot Z_{Or})} \end{pmatrix} \tag{4.20}$$

Die Differenz der beiden letzten Gleichungen ist die Disparität. Es ist offensichtlich, daß die Disparität vom Ort des Objektpunktes abhängt. Liegt der Objektpunkt allerdings in der Bewegungsebene, ist $Z = h$ und kann in Gleichung (4.20) gekürzt werden. Dann sind die Gleichungen (4.19) und (4.20) identisch und die Disparität ist null. Also erzeugt jeder Objektpunkt, der zu einem Hindernis gehört ($Z \neq h$), im Differenzbild eine Störung und kann lokalisiert werden.

Kapitel 5

Implementierung einer Hinderniserkennung für ein Stereokamerasystem

Der Einsatz mobiler Roboter expandiert mit zunehmender Geschwindigkeit. Dabei ergeben sich für die Forschung eine Reihe von Problemen in verschiedenen Wissenschaften, unter anderen in der Informatik, der Neuroinformatik und der künstlichen Intelligenz. Diese Probleme beziehen sich auf die Raumrepräsentation oder Navigationsprobleme.

Die Rechenleistung von Computer ist stark gestiegen. Das führt zu kürzeren Programmlaufzeiten, was für die großen Datenmengen, die bei der visuellen Hinderniserkennung bearbeitet werden, von Vorteil ist. Durch die zusätzlich fallenden Preise wird die Implementierung einer visuell basierten Hinderniserkennung zunehmend attraktiver.

In diesem Kapitel sollen zunächst Aufgabenstellung und –ziel einer visuell basierten Hinderniserkennung erläutert werden. Danach erfolgt die Beschreibung der zur Implementierung notwendigen Kalibrierung der Kameras und des dazu verwendeten Algorithmus. In Unterkapitel 5.4 wird beschrieben, wie der Algorithmus, der die inverse perspektive Kartierung vornimmt, unter Khoros auf einer "Sparc Workstation" implementiert wurde.

5.1 Aufgabenstellung und Aufgabenziel

Auf die Hindernisdefinition aus Kapitel 4.2 aufbauend wird die zu befahrende Ebene in einen hindernisfreien und einen hindernisenthaltenden Bereich unterteilt. Es muß also entschieden werden, ob der gewählte Weg frei begehbar bzw. befahrbar ist. Hierzu muß die räumliche Struktur des Bewegungsraumes analysiert werden. Dieser Bewegungsraum ist für die meisten Lebewesen und Fahrzeuge eine Ebene. Diese Arbeit stellt die Implementierung des Algorithmus vor, anhand dessen diese Aufgabe geleistet werden kann.

Implementatorisch ist es einfacher, nicht beide Bilder auf die Bewegungsebene zu kartieren, sondern das Bild der einen Kamera bezüglich der Bewegungsebene auf die Perspektive der zweiten zu kartieren (Kap. 4.2.2). Dadurch wird eine Kartierungsoperation gespart und der Rechenleistungsaufwand halbiert. Die Kartierung von einer Kamera auf die Bewegungsebene und von da auf die Perspektive der zweiten Kamera entspricht einer Verkettung zweier perspektiver Kartierungen. Hier wird die zugehörige Berechnung in homogenen Koordinaten ausgeführt. In Kapitel 2.3 wurde erwähnt, daß dies bei Verkettungen von perspektiven Abbildungen oder Kartierungen den einfacheren rechnerischen Aufwand gegenüber der Verwendung kartesischer Koordinaten bietet.

5.2 Kalibrierung der Kameras

Bestimmt durch die Art der Aufgabenstellung werden Informationen über die räumlichen Strukturen von Szenen benötigt. Man kann diese über ein Bildfolgenpaar, also Bilder, die mit einer zeitlichen Differenz aufgenommen wurden, erhalten, oder man wählt ein Stereobildpaar, also zwei Bilder von einem Stereokamerasystem. Hier wurde die Implementierung über ein Stereokamerasystems gewählt.

Da die Stereobildverarbeitung sehr rechenintensiv ist, läßt sie sich typischerweise nicht auf konventionellen, d.h. kostengünstigen Rechnern implementieren. Einen Ausweg aus diesem Problem stellt die in Kapitel 3.1 beschriebene perspektive Kartierung dar. Die Aufgabe der Hinderniserkennung reduziert sich so auf eine einfache Subtraktion zweier Bilder. Die perspektive Kartierung selbst läßt sich auf konventionellen Rechnern als einfache Listenoperation implementieren.

Zur Implementierung der perspektiven Kartierung ist die Kenntnis des Abbildungsmodells und die Berechnung der Modellparameter notwendig.

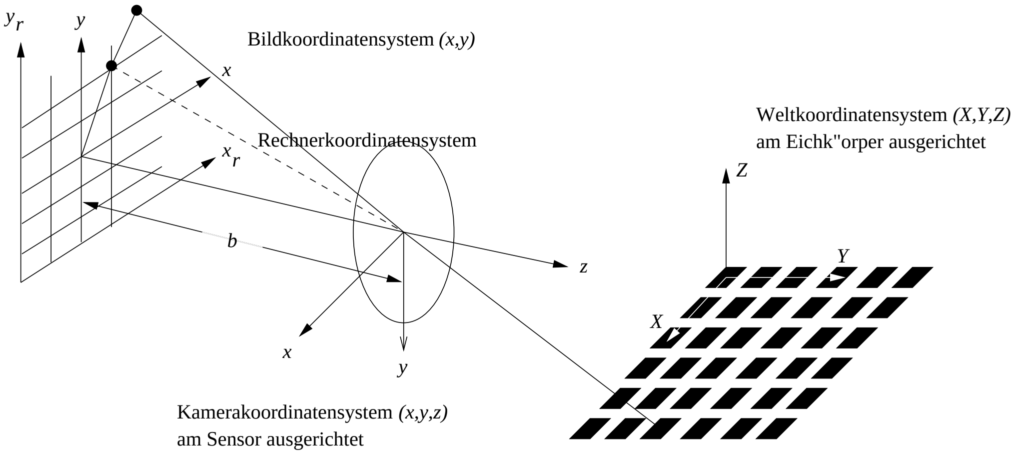

Abbildung 5.1: Kameramodell mit Bild-, Rechner-, Kamera- und Weltkoordinatensystem (aus [4])

5.3 Berechnung der Abbildungsparameter

Unter der Kalibrierung der Kameras wird die Berechnung der Abbildungsparameter verstanden. Das ist in diesem Fall die Transformationsmatrix $\underline{\mathbf{A}}$ der perspektiven Kartierung, wie sie im Kapitel 3.1 vorgestellt wurde. Außerdem muß für die inverse perspektive Kartierung die inverse Matrix $\underline{\mathbf{A}}^{-1}$ berechnet werden. Da das Abbildungsmodell beider Kameras gleich ist, ist die Kalibrierungsprozedur identisch. Sie muß jedoch für jede Kamera einzeln durchgeführt werden. Hier wird zur Kalibrierung der sogenannte *Unknown–Ground–Plane* Algorithmus aus [8] verwendet.

Der Unknown–Ground–Plane Algorithmus (UGP)

Der Algorithmus geht von einem Lochkameramodell aus. Die Vorraussetzungen sind eine planare Bewegungsebene und die Kenntnis der Höhe des Projektionszentrums über der Bewegungsebene. Für die Repräsentationen eines 3D-Punktes P_1 und P_2 in zwei 2D–Koordinatensystemen gilt folgende Beziehung:

$$P_2 = \underline{\mathbf{R}}P_1 + T \tag{5.1}$$

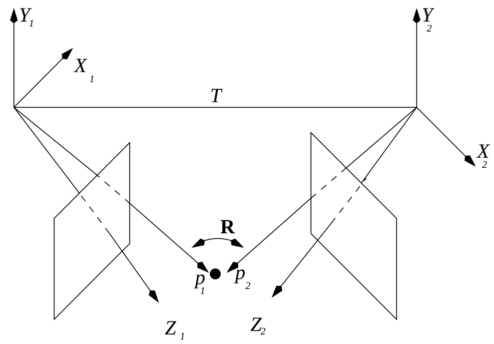

Abbildung 5.2: Darstellung eines 3D–Punktes P durch zwei verschiedene Projektionen P_1, P_2 (aus [12])

Die Matrix $\underline{\mathbf{R}}$ bildet die Rotationsmatrix und der Vektor T ist der Translationsvektor (s. Abbildung 5.2).

Hat man n Punktekorrespondenzen $(p'_i, p_i),\ i = 1, \ldots, n$, ergibt sich:

$$\lambda p'_i = \underline{\mathbf{A}} p_i \tag{5.2}$$

Hierbei wird der 3D-Punkt P auf p_i in der ersten Ebene und auf p'_i in der zweiten Ebene projeziert. Die Matrix $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ stellt die zu berechnende Transformationsmatrix dar und weist acht Unbekannte auf. Das sind die drei Rotationswinkel $(\omega, \varphi, \kappa)$, drei Translationskomponenten des Vektors T und zwei Koeffizienten des Normalenvektors N. Der dritte Koeffizient des Normalenvektors ist abhängig von den beiden anderen, da die Länge von N eins beträgt.

Das Problem der Kalibrierung wird auf die Lösbarkeit des Gleichungssystems (5.2) zurückgeführt. Um eine geeignete Form des Gleichungssystems zu erhalten, wird die Gleichung (5.2) folgendermaßen aufgespalten (siehe [12]):

$$\lambda x'_i = a_{11} x_i + a_{12} y_i + a_{13} \tag{5.3}$$
$$\lambda y'_i = a_{21} x_i + a_{22} y_i + a_{23} \tag{5.4}$$
$$\lambda = a_{31} x_i + a_{32} y_i + a_{33} \tag{5.5}$$

Aus den Gleichungen (5.4) und (5.5) kann mit (5.5) λ eliminiert werden, und man erhält für n Punktepaare $(p_i', p_i) = ((x_i', y_i'), (x_i, y_i))$ folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} x_i & y_i & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_i x_i' & -y_i x_i' \\ 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & 1 & -x_i y_i' & -y_i y_i' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \\ a_{31} \\ a_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i' \\ y_i' \end{pmatrix} \tag{5.6}$$

Gleichung (5.6) wird nun dazu genutzt, aus einer Anzahl korrespondierender Punktepaare zweier Ebenen mittels Singulärwertzerlegung (SVD) die Transformationsmatrix $\underline{\mathbf{A}}$ und deren Inverse $\underline{\mathbf{A}}^{-1}$ zu bestimmen. Im folgenden Unterkapitel wird die Ermittlung der korrespondierenden Punktepaare beschrieben.

Ermittlung der korrenspondierenden Punktepaare

Die korrespondierenden Punktepaare (P_i, p_i) werden interaktiv ermittelt. Mit den n Punktepaaren (P_i, p_i) wird dann die Transformationsmatrix $\underline{\mathbf{A}}$ über SVD von Welt- auf Bildkoordinaten berechnet.

Zur Ermittlung der korrespondierenden Punktepaare wird eine weiße Fläche mit schwarzen Quadraten auf der Bewegungsebene aufgebracht und von jeder Kamera aufgenommen (Abb. 5.1). Nach Festlegung des Weltkoordinatenursprungs werden zu den Weltpunkten P_i mit der Khoros–Routine `Interactive Warping` die korrespondierenden Bildpunkte p_i per Maus angeklickt und abgespeichert.

Nach dem UGP–Algorithmus wird nun aus dieser Liste die Transformationsmatrix $\underline{\mathbf{A}}$ bestimmt, wie sie in ausführlicher Form in Kapitel 3.2 eingeführt wurde. Zusätzlich wird die inverse Transformationsmatrix $\underline{\mathbf{A}}^{-1}$ bestimmt, die für die Koordinatentransformation von Bild- zu Weltkoordinaten benötigt wird (siehe Abbildung 5.3).

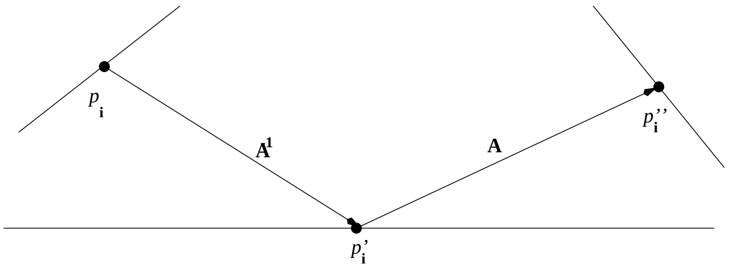

Abbildung 5.3: Koordinatentransformation von Bild– auf Weltkoordinaten und von Welt– auf Bildkoordinaten

5.4 Beschreibung des implementierten Algorithmus

Es wurde der in Kapitel 4.2.2 beschriebene Algorithmus implementiert, bei dem zunächst eine perspektive Kartierung der linken Bildebene auf die Bewegungsebene erfolgt und dann eine inverse perspektive Kartierung auf die Bildebene der rechten Kamera vorgenommen wird. Schließlich wird das Differenzbild vom kartierten linken Bild und dem rechten Bild berechnet.

Das von der Autorin implementierte Khoros–Programm `pers_mapp` liest zunächst das Bild der linken Kamera und die inverse Transformationsmatrix $\underline{\mathbf{A}}_l^{-1}$ ein. Durch Anwendung der inversen Transformationsmatrix auf die einzelnen Bildpunkte p_{il} wird die perspektive Kartierung der Bewegungsebene erstellt:

$$p'_{il} = \underline{\mathbf{A}}_l^{-1} p_{il}. \tag{5.7}$$

$$\begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{l11} & a_{l12} & a_{l13} \\ a_{l21} & a_{l22} & a_{l23} \\ a_{l31} & a_{l32} & a_{l33} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x_{il} \\ y_{il} \\ z_{il} \end{pmatrix} \tag{5.8}$$

Dann wird das Bild der rechten Kamera und die inverse Transformationsmatrix $\underline{\mathbf{A}}_r$ eingelesen. Durch Anwendung von $\underline{\mathbf{A}}_r$ auf die mit (5.8) ermittelten Koordinaten p'_i, wird nun die Perspektive der rechten Kamera berechnet. Die Transformation lautet dann:

$$p''_i = \underline{\mathbf{A}}_r p'_i \tag{5.9}$$

$$\begin{pmatrix} x_i'' \\ y_i'' \\ z_i'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{r11} & a_{r12} & a_{r13} \\ a_{r21} & a_{r22} & a_{r23} \\ a_{r31} & a_{r32} & a_{r33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i' \\ y_i' \\ z_i' \end{pmatrix} \tag{5.10}$$

Nach der Koordinatentransformation werden die homogenen Koordinaten nach Gleichung (2.24) in kartesische Koordinaten umgerechnet:

$$\begin{aligned} x_i &= \frac{x_i''}{z_i''} \\ y_i &= \frac{y_i''}{z_i''} \end{aligned}$$

5.4.1 Anwendung des implementierten Algorithmus

Die Abbildung 5.4 zeigt den Algorithmus angewandt auf die Kalibrierungsfläche. Es ist zu sehen, daß das Differenzbild kein vollständiges Nullbild ergibt, was an Ungenauigkeiten der Datenerfassung, z.B. bei der Ermittlung der Bildpunkte, liegt. Es ist aber zu sehen, daß im binokularen Bereich die Grauwerte dicht bei null liegen. Wendet man auf das Differenzbild einen Medianfilter an, so erhält man im binokularen Bereich des Szenenabbildes ein Nullbild (s. Abb. 5.5).

Die Abbildung 5.6 zeigt das Kalibrierungsfeld mit einem Hindernis von beiden Kameras aufgenommen. Im Differenzbild ist die Störung durch das vorhandene Hindernis zu sehen. Deutlicher wird sie, wenn das Bild mit einem 7×7 Medianfilter gefaltet wird und auf diesem Bild mittels einer Schwellwertoperation die Störung deutlicher gemacht wird (Abbildung 5.7).

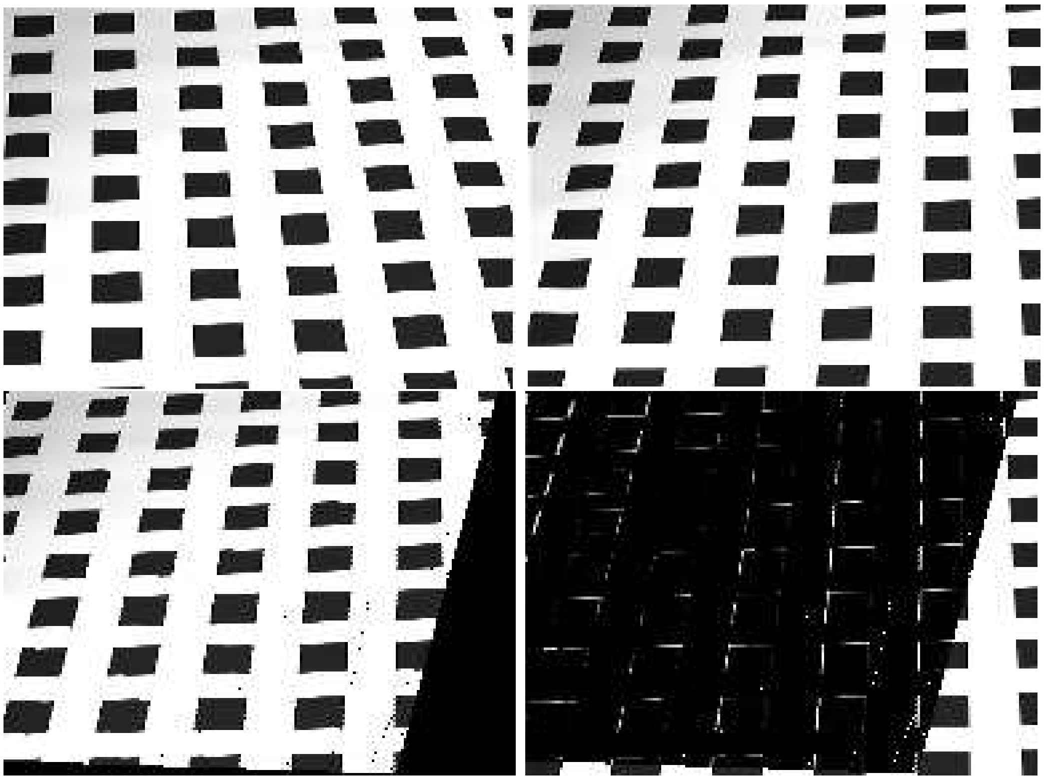

Abbildung 5.4: Bilder der Kalibrierungsfläche von jeder Kamera (oben) und inverse perspektive Kartierung des linken Bildes auf das rechte Bild (unten links), Differenzbild des rechten und des kartierten linken Bildes (unten rechts)

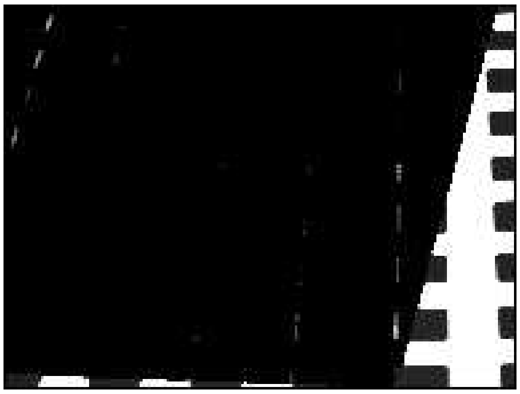

Abbildung 5.5: Differenzbild mit Medianfilter (5×5) gefaltet

Abbildung 5.6: Kamerabild links (oben links), Kamerabild rechts (oben rechts), inverse perspektive Kartierung des linken Bildes auf das rechte Bild (unten links), Differenzbild von rechtem Bild und Kartierung (unten rechts)

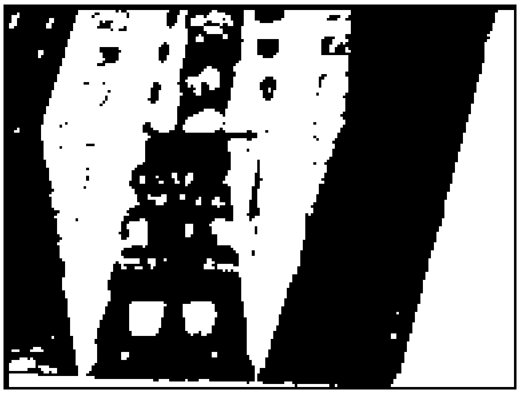

Abbildung 5.7: Mediangefiltertes Differenzbild mit Schwellwertoperation behandelt

Kapitel 6

Alternative Ansätze zur Hindernisdetektion

In diesem Kapitel sollen vier alternative Ansätze zur Hindernisdetektion kurz angesprochen werden. Am Ende des Kapitels findet noch ein Vergleich der Verfahren statt.

Die dreidimensionale Interpretation eines Abbildes einer Szene ist nur mit zwei Bildern möglich, die aus verschiedenen Winkeln aufgenommen wurden. Dafür gibt es zwei unterschiedliche Möglichkeiten:

1. Ein Bildpaar, von einem Stereokamerasystem aus verschiedenen Winkeln aufgenommen.
2. Ein Bildpaar, von einer bewegten Kamera zeitlich versetzt aufgenommen.

Für eine ruhende Szene liefern beide Möglichkeiten austauschbare Bildpaare, weshalb für die folgenden Verfahren der Hindernisdetektion beide Aufnahmearten verwendet werden können.

Die Verfahren unterscheiden sich hinsichtlich zweier Definitionen eines Hindernis:

1. An die Bewegungsebene gebundener Beobachter:

    Hindernis ragt aus der Bewegungsebene heraus

2. Freie Bewegung des Beobachters:

   Hindernis ist dem Beobachter "nahe"

   Hier muß definiert werden, was "nahe" heißen soll.

Es werden zunächst die unspezifischen Verfahren zur Hindernisdetektion und dann die spezifischen Verfahren, die sich auf die Hindernisdefinition 1 beziehen, erläutert. In Unterkapitel 6.2.3 wird dann kurz auf ein Verfahren hingewiesen, das auf die Hindernisdefinition 2 zurückgreift.

6.1 Unspezifische Verfahren zur Hindernisdetektion

Unter unspezifischen Verfahren zur Hindernisdetektion versteht man Verfahren, die auf die Frage, ob sich in der Abbildung der Szene ein Hindernis befindet, nur eine "Ja/Nein" Antwort liefern.

6.1.1 Verfahren bei bekannter Bewegungsebene (Known–Ground–Plane Algorithmus)

Von Zhang, Weiss und Hanson [8] wird der Known–Ground–Plane (KGP) Algorithmus vorgeschlagen. Annahmen:

- Die Bewegungsebene ist planar.
- Die Beziehung Bewegungsebene – Kamera ist bekannt, d.h. der Normalenvektor N der Bewegungsebene (auf 1 normiert) und die Entfernung d des Kamerakoordinatensystemursprungs zur Bewegungsebene sind bekannt.
- Der Rotationswinkel zwischen den Kameras ist klein.

Punkte im Abbild der Szene, die zu einem Hindernis gehören, sind Punkte, die zu einem Objekt gehören, das aus der Bewegungsebene herausragt. Die Punkte liegen also über der Bewegungsebene. Mit den Annahmen für den KGP Algorithmus läßt sich ein lineares Gleichungssystem ableiten. Ist das lösbar, so liegen alle betrachteten Punkte in der Bewegungsebene, es ist also kein Hindernis vorhanden.

6.1.2 Verfahren bei unbekannter Bewegungsebene (Unknown–Ground–Plane Algorithmus)

Zhang, Weiss und Hanson [8] diskutieren auch den in Kapitel 5 vorgestellten Unknown Ground Plane – Algorithmus. Auch dieser liefert nur eine "Ja/Nein" Antwort auf die Frage nach der Existenz eines Hindernis im Szenenabbild.

6.2 Spezifische Verfahren zur Hindernisdetektion

Die hier vorgestellten Verfahren liefern zur Beantwortung der Frage nach einem Hindernis in der Szene die Höhe des betrachteten Punktes (Kapitel 6.2.1 und Kapitel 6.2.2) oder die Kollisionszeit (Kapitel 6.2.3).

6.2.1 Verfahren bei beschränkt unebener Bewegungsebene Estimated–Ground–Plane Algorithmus

Der gleichfalls in [8] behandelte Estimated–Ground–Plane (EGP) Algorithmus liefert als spezifische Antwort die Höhe des betrachteten Punktes.

Annahmen:

- Die Bewegungsebene ist beschränkt uneben.
- Die Höhe des Projektionszentrums über der Bewegungsebene ist bekannt.
- Die Verschiebungskomponenete zweier Bilder bezüglich der opt. Achse ist null.
- Die optischen Achsen für zwei Aufnahmen sind parallel (hieraus folgt, daß keine interne Kamerakalibrierung nötig ist).

Jedem Punkt wird seine Höhe über der Bewegungsebene zugewiesen, dazu muß die Bewegungsebene trotz der Unebenheiten bekannt sein. Als Lösung für dieses Problem, wird ein Referenzboden (mit Höhe null) angegeben, der ein Mittel der Schwankungen darstellt. Außerdem wird eine Schwelle δ_d festgelegt, welche die größte Abweichung des realen Bodens zum Referenzboden ist. Eventuell kann ein Hindernis der Höhe $2\delta_d$ nicht als solches erkannt werden. Jedem Punkt P_i wird seine Höhe d_i zugeordnet. Durch die Festlegung

$$|d_i| > \delta_d \Longleftrightarrow P_i \text{ ist ein Hindernispunkt}$$

kann entschieden werden, ob P_i zu einem Hindernis gehört.

6.2.2 Verfahren der inversen perspektiven Projektion IPA Algorithmus

Genau wie der EGP Algorithmus liefert der von Mallot, Bülthoff, Little und Bohrer [5] vorgestellte IPA Algorithmus die Höhe des im Szenenabbild betrachteten Punktes. Er nutzt hierzu den optischen Fluß einer Szene.

Annahmen:

- Die Bewegungsebene ist eben.
- Die Beziehung Kamera–Bewegungsebene ist bekannt.
- Die Eigenbewegung ist eine Translation und ist bekannt.

Die Information im optischen Fluß wird zur Hindernisdetektion genutzt, indem der optische Fluß in Komponenten zerlegt wird, die die Informationen über die Höhe des betreffenden Punktes enthalten. Die Höheninformation eines Punktes ist in der Inhomogenität des optischen Flusses enthalten. Die Inhomogenität enthält auch die perspektive Verzerrung. Beseitigt man diese, so folgt, daß in der Inhomogenität nur noch die Höheninformation enthalten ist.

6.2.3 Verfahren zur Berechnung der Kollisionszeit (Time–to–contact Algorithmus)

Der von Meyer [11] vorgeschlagene Time–to–contact (TTC) Algorithmus liefert als spezifische Antwort die Kollisionszeit. Die Kollisionszeit eines Objektes ist die Zeit, die ein Beobachter bei konstanter Geschwindigkeit bis zum Erreichen des Objekts benötigt. Für einen frei beweglichen Beobachter braucht man eine

Vorraussetzung	**KGP**	**UGP**	**EGP**	**IPA**	**TTC**
Bewegungsebene planar	•	•	(∗)	•	
Beziehung Kamera–Boden bekannt	•			•	
Höhe Kamera–Boden bekannt		•	•		
Rotationswinkel der Kameras klein	•				
Translationsgeschwindigkeit bekannt				•	
Verschiebungskomponente zweier Bilder bzgl. z–Achse = 0			•		

(∗) Der EGP Algorithmus läßt beschränkte Unebenheiten zu.
Interne Kamerakalibrierung ist Vorraussetzung bei allen Verfahren. Ausnahme: EGP Algorithmus unter bestimmten Bedingungen.

Tabelle 6.1: Vergleich der Verfahren

neue Hindernisdefinition, da die Bewegungsebene als Referenzboden wegfällt. Anfangs wurde erwähnt, daß ein Hindernis durch seine Nähe zum Beobachter definiert werden soll. Die Nähe wird hier durch die Kollisionszeit definiert. Liegt diese unter einer Schwelle, so ist ein Hindernis in der Szenenabbildung erkannt.

$$\tau = \frac{Z}{t_z}\ \mathrm{s} \qquad \text{(Kollisionszeit)} \qquad (6.1)$$

Einem Objekt in der Szene wird über den betrachteten Objektpunkt seine Tangentialebene zugewiesen. Mit dem Normalenvektor der Tangentialebene, der Entfernung der Ebene zum Ursprung des Kamerakoordinatensystems und dem Schnittpunkt der z–Achse des Kamerakoordinatensystems mit der Tangentialebene kann man Gleichungen aufstellen, die es erlauben, die Kollisionszeit (6.1) zu berechnen (vergleiche [12]).

6.3 Vergleich der Algorithmen

Die verschiedenen Algorithmen benötigen verschiedene Vorraussetzungen und zeigen unterschiedliche Leistung. Der hier gezogene Vergleich wurde aus der Seminararbeit von W. Blase [12] entnommen.

Tabelle 6.1 zeigt die verschiedenen Voraussetzungen der einzelnen Algorithmen:

Interne Kamerakalibrierung ist Vorraussetzung bei allen Verfahren. Ausnahme: EGP Algorithmus unter bestimmten Bedingungen.

Auffallend ist der TTC Algorithmus, der keine besonderen Annahmen verlangt, und der EGP Algorithmus, der keine strengeren Annahmen als die anderen (TTC ausgenommen) hat, obwohl er gegenüber Unebenheiten der Bewegungsebene flexibler ist.

Die Leistungsbeurteilung der einzelnen Verfahren erfordert eine Gegenüberstellung der Ein– und Ausgaben, der Robustheit, Genauigkeit und Geschwindigkeit der einzelnen Algorithmen. In [8] werden die Algorithmen KGP, UGP und EGP getestet. Dabei wird die Frage nach der Größe des kleinsten Hindernis, welches noch sicher erkannt wird, gestellt. Für die simulierten Szenen wurde Rauschen in die Bildaten eingefügt, welches Abweichungen von der Bewegungsebene entspricht, in den Realszenen waren Fehler durch die üblichen Quellen (Ausrichtungsfehler der Kameras, Fehler in der Kalibrierung, u.a.) vorhanden. Die Autoren von [8] und [11] haben dabei folgende experimentelle Ergebnisse gemacht:

- Der KGP Algorithmus hat gegenüber dem UGP Algorithmus die bessere Performance durch die zusätzlichen Informationen, die sich aber in einer höheren Dimensionalität des Gleichungssystems niederschlagen.
- Beide Algorithmen (KGP und UGP) reagieren sehr empfindlich auf eine Erhöhung des Rauschens.
- Ab einem Fehler von $\pm 10\%$ ist mit dem KGP Algorithmus keine Hindernisdetektion mehr möglich.
- Beim UGP Algorithmus liegt die Fehlertoleranz bei $\pm 5\%$.
- Der EGP Algorithmus ist von den drei von Zhang, Weiss und Hanson [8] vorgestellten Algorithmen mit einem Fehler unter $\pm 5\%$ bei einem Rauschen von $\pm 10\%$ der robusteste.
- Der IPA Algorithmus stellt restriktive Voraussetzungen, z.B. keine Rotation, und ist sehr aufwendig. Mit gleichen Annahmen kann die Leistung direkter erreicht werden. Er stellt sich aber als sehr robust heraus (keine näheren Angaben).
- Tiefendiskontinuitäten ergeben beim TTC Algorithmus Probleme, und die Berechnung einiger Parameter ist sehr empfindlich.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

Die Hinderniserkennung ist eine der wichtigsten Aufgaben im Bereich der mobilen Roboter, sie stellt eine Vorbedingung dar, damit der Roboter mit der Umwelt interagieren kann. Eine visuelle Hinderniserkennung ist, wegen der Datenmengen, welche die Bildpaare, die aus zeitliche Bildfolgen oder von einem Stereokamerasystem gewonnen werden, erzeugen, nur schwer effizient zu implementieren.

Die Arbeit zeigt eine Möglichkeit der visuellen Informationsverarbeitung zur Hindernisvermeidung auf sequentiellen Rechnern. Es wurde eine spezielle Klasse von Koordinatentransformationen, die perspektiven Abbildungen und die inversen perspektiven Kartierungen, vorgestellt. Die inverse perspektive Kartierung stellt als Initialstufe ein Werkzeug zur Verfügung, mit dem sich die Probleme der Hinderniserkennung vereinfachen lassen. Ihre Anwendung auf ein Stereobildpaar liefert eine Vorsegmentierung der Hindernisse, indem sie alle aus einer ebenen Bewegungsebene herausragenden Objekte verzerrt abbildet und für die folgenden Verarbeitungsstufen markiert. Dabei wird keine weitere Information über die Struktur oder Art dieser Objekte benötigt.

Die inverse perspektive Kartierung erlaubt es, die Orientierung der Bildebene einer Kamera nachträglich zu verändern. Sie kann für eine beliebige Abbildungsgeometrie die epipolaren Linien parallelisieren und verformt die isodisparaten Flächen eines Stereokamerasystems zu parallelen Flächen und ermöglicht es so, die Bewegungsebene in die Nulldisparitätsebene zu legen. Dies führt bei Hindernissen zu einer von null abweichenden Disparität im Differenzbild.

Die meisten autonomen mobilen Systeme bewegen sich auf einer Ebene. Bezogen auf diese Aufgabe liefert die inverse perspektive einen effizienten Algorithmus zur Erkennung von Hindernissen. Der Algorithmus der inversen perspektiven Kartierung wurde für ein Stereokamerasystem auf einer "Sparc Workstation" unter Khoros implementiert.

7.2 Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde die Aufgabe der Hinderniserkennung anhand von visuellen Informationen gelöst. Dabei wurden in den experimentellen Versuchen keine Bildfolgen betrachtet. Ein weiteres Ziel ist es, in einer initialen Phase, nach der Kalibrierung der Kameras, für jede 2D–Bildkoordinate der einen Kamera, die auf die Bewegungsebene bezogenen korrespondierenden Koordinaten der anderen Kamera zu ermitteln und festzuhalten. Die eigentliche Kartierung des Bildes kann dann in einer schnellen Tabellenoperation abgewickelt werden. Auf eine Bildfolge von einem, auf einem mobilen Roboter installiertem, Stereokamerasystem angewandt, kann der Roboter aufgrund der Daten dann agieren.

Die für die Kalibrierung notwendige Ermittlung der Punktekorrespondenzen erfolgt zur Zeit per Hand. Wünschenwert ist eine Automatisierung des Verfahrens, z.B. durch Eckendetektion im Bild, wie in [3] für eine von oben betrachtete Kalibrierungsfläche vorgeschlagen.

Eine weitere Möglichkeit für eine Zeiteinsparung ist die Ermittlung der Transformationsmatrix für eine Bild zu Bild Kartierung ohne den Umweg über die Bewegungsebene. Hierzu müssen statt der Welt–/Bildpunktekorrespondenzen die Bild–/Bildkorrespondenzen ermittelt werden.

Anhang A

Mathematische Symbole

- Matrizen:
  Matrizen werden durch fettgedruckte, unterstrichene Großbuchstaben wie z.B. $\underline{\mathbf{M}}$ dargestellt.

- Vektoren:
  Vektoren werden durch Groß- oder Kleinbuchstaben wie z.B. $p(x, y, z)$ oder $P(X, Y, Z)$ dargestellt.

- Objektpunkte:
  Objektpunkte werden durch Großbuchstaben dargestellt, z.B. $P(X, Y, Z)$.

- Bildpunkte:
  Bildpunkte werden durch Kleinbuchstaben wie z.B. $p(x, y, z)$ dargestellt.

- Geraden:
  Geraden werden dargestellt, indem die Punkte, durch die sie gehen, aneinander geschrieben werden, wie z.B. PO.

- Winkel:
  Winkel werden durch griechischen Kleinbuchstaben dargestellt, z.B. ω.

- Die Brennweite oder auch Kammerkonstante wird mit $-f$ bezeichnet.

- Bildkoordinaten und Parameter des Stereokamerasystems werden mit Indizes für die jeweilige Kamera, also l für die linke und r für die rechte Kamera, bezeichnet.

Literaturverzeichnis

[1] Dipl.-Ing. Kai Storjohann, *Perspektive Kartierungen: Funktionelle Konsequenzen für die visuelle Raumwahrnehmung*, Fortschrittberichte VDI, Reihe 10: Informatik/Kommunikationstechnik, Nr. 116, Bochum.

[2] Dipl.-Ing. Stefan Bohrer, *Visuelle Hinderniserkennung durch Auswertung des optischen Fusses in inversperspektivischen Szenen*, Fortschrittsberichte VDI, Reihe 8: Meß-, Steuerungs- und Reglungstechnik, Nr. 389, Hettenrodt.

[3] Stephanie Willenmsen, Derek Buck, *Kalibrierung*, Laborbericht, März 1996.

[4] Reimar Lenz, *Linsenfehlerkorrigierte Eichung von Halbleiterkameras mit Standardobjektiven für hochgenaue 3D - Messungen in Echtzeit* Mustererkennung 1987, 9. DAGM/Symposium, S. 212-216, Braunschweig 1987, Springer.

[5] H.A. Mallot, H.H. Bülthoff, J.J. Little, S. Bohrer, *Inverse perspective mapping simplifies optical flow computation and obstacle detection*, Biological Cybernetics 64, 177-185, Springer-Verlag 1991.

[6] C.v. Campenhausen, *Die Sinne des Menschen*, Thieme Verlag Stuttgart, New York 1981.

[7] Poggio Tomaso, *Wie Computer und Menschen sehen*, Spektrum der Wissenschaft, Wahrnehmung und visuelles System, S.78-89, Heidelberg 1986.

[8] Zhongfei Zhang, Richard Weiss and Allen R. Hanson, *Obstacle Detection Based on Qualitative and Quantitative 3D Reconstruction*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 19 No. 1, 15-26, January 1997.

[9] E.A. Maxwell, *The Methods of Plane Projective Geometry Bases on the Use of General Homogeneous Coordinates*, Cambridge University Press 1960, 1st ed.:1946.

[10] José L. Encarnação, *Computer-Graphics*, R. Oldenbourg Verlag München, Wien 1975.

[11] F.G. Meyer, *Time–to–collision from First-Order Models of the motion field*, IEEE Transactions on Robotics and automation, Vol. 10, No 6, pp 792 – 798, December 1194.

[12] Wolfram Blase, *Hindernisdetektion*, Seminararbeit SS95 Computer Vision, Kiel, Oktober 1995.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei meinem Betreuer Jörg Bruske bedanken, der für meine Fragen immer ein offenes Ohr hatte.

Mein Dank gilt auch Wolfram Blase, Gerd Diesner, Michael Hansen und Henrik Schmidt, die mir bei Fragen zur technischen Ausstattung geholfen haben. Willi Burmeister hat sich sehr geduldig meine Fragen zu Problemen mit den Rechnern angehört, und Britta Heitkämper, Achim Held und Raimund Schröder haben mein Generve zum Thema LaTeX sehr tapfer ertragen.

Ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, die es mir finanziell ermöglicht haben zu studieren und die zusammen mit meiner Schwester immer an mich geglaubt haben. Meinem Ehemann Matthias habe ich zu danken, der mir immer wieder beruhigend zur Seite gestanden hat.

Erklärung:

Hiermit versichere ich, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig verfaßt und ausschließlich die angegebenen Hilfsmittel und Quellen verwendet habe.

Kiel, den 9. März 1999