Institut für Informatik
und Praktische Mathematik
der Universität Kiel

Kiel, 6.1.2000

Übungen zu Informatik I
WS 1999/2000

Serie 8

Aufgabe T10 *(nicht für Physiker)* (10 Punkte)

Modifizieren Sie das in Abschnitt 4.3. der Vorlesung eingeführte Indizierungsschema für λ-gebundene Variablen derart, dass die Indizes in der umgekehrten Reihenfolge vergeben werden, d. h. ein Term der Form

$$\lambda z_1 ... \lambda z_i ... \lambda z_n . e_b$$

wird durch entsprechend modifizierte α-Konversion zu

$$\Lambda ... \Lambda ... \Lambda . \# e_b$$

transformiert, wobei

$$\# e_b := e_b[..., z_i \leftarrow \#(i-1), ...] \quad ,$$

d. h. Bindungen an das innerste Λ erhalten den höchsten, Bindungen an das äußerste Λ erhalten den niedrigsten Index.

Definieren Sie für dieses Indizierungsschema

- die entsprechenden Begriffe geschützte, freie und gebundene Variable,
- sowie die β-Reduktion $(\Lambda . \# e_b \;\; \# e_a)$

entsprechend um.

Aufgabe P12 (10 Punkte)

Anknüpfend an die Aufgabe P11 sollen nunmehr folgende Modifikationen durchgeführt werden:

(1) Schreiben Sie auf der Basis der metasprachlichen Darstellung von λ-Termen eine Funktion

```
AlphaConvert [ Term ]   ,
```

die einen beliebigen λ-Term `Term` in eine Darstellung überführt, in der alle λ-gebundenen Variablen durch Bindungsindizes, gemäß Abschnitt 4.3 der Vorlesung, ersetzt sind. Verwenden Sie in der Konstruktordarstellung

`NLam{` *term* `}`

für namenlose Abstraktionen und

`Idx{` *index* `}`

für Bindungsindizes.

(2) Ersetzen Sie die in P11 eingeführte Funktion

```
Subst [ U, BodyTerm, ArgTerm ]
```

durch eine Funktion

```
BetaRed [ FunTerm, ArgTerm ]   ,
```

die per vollständiger β-Reduktionsregel, gemäß Abschnitt 4.3 der Vorlesung, den für `ArgTerm` einzusetzenden Argumentterm in dem für `FunTerm` einzusetzenden Funktionsterm substituiert.

(3) Passen Sie die Funktion `Eval` entsprechend an, und testen Sie mit Hilfe der in P11 angegebenen λ-Terme die Korrektheit Ihres Programms.

Hinweise:

zu (1): Gehen Sie bei der Implementierung von `AlphaConvert` so vor, daß die Bindungen in einem Term systematisch von außen nach innen konvertiert werden. Beginnend mit einer leeren Liste `<>` wird jede in dieser Reihenfolge vorgefundene λ-Variable an den Anfang der Liste angefügt. Bei jedem Vorkommen einer Variablen in einem Term wird diese Liste vom Anfang her nach dem ersten Eintrag des gleichen Variablennamens durchsucht; die Indexposition, an der die Variable in der Liste steht, wird als Bindungsindex verwendet. Die Zählung der Indizes ist mit 0 für das erste Listenelement zu beginnen.

Beachten Sie, daß die Variable, die beim Eintritt in die (geschachtelte) Abstraktion an die Liste angefügt wird, beim Austritt wieder zu entfernen bzw. die alte Liste zu benutzen ist.

zu (2): Bei der Implementierung von `BetaRed` ist stets nachzuhalten, wieviele Λ's innerhalb des Funktionsterms relativ zu dem Λ, an das die zu substituierende Indexposition gebunden ist, überschritten worden sind. Dies ist erforderlich, um einerseits die betreffenden Indexpositionen eindeutig zu identifizieren, und um andererseits entsprechende Korrekturen an den Indizes im Argumentterm vornehmen zu können.

Abgabe: Bis Do., 20.01.2000, 11 Uhr s.t. im Schrein (Institut für Informatik, Haus I, Erdgeschoß).