Institut für Informatik
und Praktische Mathematik
der Universität Kiel

Kiel, 09.12.1999

Übungen zu Informatik I
WS 1999/2000

Serie 6

Aufgabe P9 (5 Punkte)

Die Sprache KiR behandelt Funktionen wie gewöhnliche Terme, das heißt Funktionen können auf Funktionen angewendet und Funktionen können als Resultate von Funktionsanwendungen erzeugt werden. Dieses Konzept sogenannter *Funktionen höherer Ordnung* kann unter anderem dazu benutzt werden, mit Hilfe einer Funktion `map`

$$\begin{aligned} \texttt{map[} f\texttt{, <>]} &= \texttt{<>} \\ \texttt{map[} f\texttt{, < } e_1\texttt{, } e_2\texttt{, ..., } e_n \texttt{ >]} &= \texttt{(< } f\texttt{[}e_1\texttt{] > ++ map[} f\texttt{, < } e_2\texttt{, ..., } e_n \texttt{ >])} \end{aligned}$$

eine Funktion f auf die Elemente einer Liste anzuwenden, oder mit Hilfe einer Funktion `fold`

$$\begin{aligned} \texttt{fold[} g\texttt{, } b\texttt{, <>]} &= b \\ \texttt{fold[} g\texttt{, } b\texttt{, < } e_1\texttt{, } e_2\texttt{, ..., } e_n \texttt{ >]} &= g\texttt{[} e_1\texttt{, fold[} g\texttt{, } b\texttt{, < } e_2\texttt{, ..., } e_n \texttt{ >]]} \end{aligned}$$

eine zweistellige Funktion g mit neutralem Element b rekursiv von links in eine Liste hineinzutreiben und geschachtelte Anwendungen von f zu erzeugen.

Verwenden Sie die Funktionen `map` und `fold` in einem KiR-Programm, das in einer Liste von ganzen Zahlen alle Elemente zunächst quadriert, und danach die Summe über alle quadrierten Elemente bildet.

Testen Sie das Programm mit der Liste

`< 2, ~3, 5, 9, 1, 6, ~4 >`

als Argument.

Aufgabe P10 (9 Punkte)

Mengen werden in KiR zweckmäßigerweise durch Listen dargestellt, die kein Element mehr als einmal enthalten.

Spezifizieren Sie jeweils eine Funktion, die

- eine Menge von ganzen Zahlen auf einem Intervall $[lb, ub] = \{lb, (lb+1), ..., ub\}$ generiert, wobei jedes Element x der Menge ein gegebenes Prädikat $P(x)$ erfüllt;
- die Vereinigung $M \cup N$ zweier Mengen M und N bildet;
- den Durchschnitt $M \cap N$ zweier Mengen M und N bildet;
- aus einer Menge M alle in einer anderen Menge N enthaltenen Elemente entfernt, also die Differenz $M \setminus N$ bildet;
- feststellt, ob eine Menge M Teilmenge einer anderen Menge N ist ($M \subseteq N$);
- feststellt, ob ein Element x in einer Menge M enthalten ist ($x \in M$).

Verwenden Sie diese Funktionen in einem Programm, das

- den Durchschnitt der durch 4 teilbaren ganzen Zahlen im Intervall $[0, 100]$ mit der Menge der durch 3 teilbaren Zahlen bildet;
- diese mit den durch 16 teilbaren Zahlen im Intervall $[0, 100]$ vereinigt;
- daraus die durch 24 teilbaren Elemente entfernt;
- feststellt, ob die so entstandene Menge Teilmenge der geraden Zahlen im Intervall $[0, 100]$ ist.

Hinweise:

- Verwenden Sie zur Lösung dieser Aufgabe gegebenenfalls bereits früher entwickelte Funktionen.
- Denken Sie bei der Spezifikation der Mengengenerator-Funktion an die in der vorangegangenen Aufgabe verwendeten Programmiertechnik.

Aufgabe T7 (3 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Ausdrücke des reinen λ-Kalküls:

- $((\lambda x.\lambda y.y \ \ (\lambda z.(z \ \ z) \ \ \lambda z.(z \ \ z))) \ \ \lambda u.(\lambda v.\lambda w.v \ \ \lambda z.z))$
- $((((\lambda u.\lambda v.\lambda w.((u \ \ v) \ \ w) \ \ \lambda x.\lambda y.\lambda z.(x \ \ (y \ \ z))) \ \ a) \ \ b) \ \ c)$

Reduzieren Sie die Ausdrücke schrittweise bis zum Erreichen einer Normalform.

Aufgabe T8 (3 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Kombinator-Terme:

- $S(KS)KXYZ$
- $S((S(KS)K)(S(KS)K)S)(KK)XYZ$

wobei $K =_s \lambda x.\lambda y.x$ und $S =_s \lambda x.\lambda y.\lambda z.((x \ z) \ (y \ z))$ sind.
Reduzieren Sie die Ausdrücke schrittweise bis zum Erreichen einer Normalform.
Hinweise:

- Kombinator-Terme sind wie λ-Terme links-assoziativ.
- Die Kombinatorterme sollten **nicht** in λ-Ausdrücke transformiert werden. Überlegen Sie sich stattdessen geeignete Reduktionsregeln für S und K:

$$SXYZ \rightsquigarrow ? \qquad\qquad KXY \rightsquigarrow ?$$

Abgabe: bis spätestens Mi., 22.12.1999, 18:00 Uhr im Institut für Informatik, Haus I, Zimmer 507.