Institut für Informatik
und Praktische Mathematik
der Universität Kiel

Kiel, 11.11.1999

Übungen zu Informatik I
WS 1999/2000

Serie 2
Programmierübungen in KiR

Das folgende Zahlendreieck, auch als Pascal'sches Dreieck bezeichnet, stellt die sog. Binomialkoeffizienten für Terme der Form $(u+v)^n$ dar:

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & 1 & & & & & & n=0 \\
 & & & 1 & & 1 & & & & & n=1 \\
 & & 1 & & 2 & & 1 & & & & n=2 \\
 & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & n=3 \\
1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & n=4 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots
\end{array}$$

Sie werden durch folgendes einfaches Schema gebildet:

$$\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \cdots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \cdots \cdot k} \quad \Big| \quad 0 \leq k \leq n$$

wobei $\begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \\ n \end{bmatrix} = 1$ ist.

Berechnen Sie das Pascal'sche Dreieck mit Hilfe eines KiR Programmes wie folgt:

Aufgabe P4 (Naiver Algorithmus) (10 Punkte)

Benutzen Sie die folgenden formalen Spezifikationen für die zu entwickelnden Funktionen:

$$\begin{aligned}
\text{over}(n,0) &= 1; \\
\text{over}(n,n) &= 1; \\
\text{over}(n,k) &= \frac{n \cdot \cdots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot \cdots \cdot k}
\end{aligned}$$

Verwenden Sie für die Produktbildung eine weitere geeignete Funktion.

$$\begin{aligned}
\text{row}(n,0) &= \text{over}(n,0) \\
\text{row}(n,k) &= \texttt{append}(\text{row}(n,k-1), \text{over}(n,k))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{pascal}(0) &= \text{row}(0,0) \\
\text{pascal}(n) &= \texttt{<}\text{pascal}(n-1), \text{row}(n,n)\texttt{>}
\end{aligned}$$

Welche Struktur hat das Resultat bezüglich der Verschachtelung von Listen ?

Wie muß die Funktion `pascal[N]` modifiziert werden, damit ein Resultat der Form

```
<<1>,<1,1>,<1,2,1>,<1,3,3,1>, ...>
```

entsteht ?

Welche Rechenschrittkomplexität in Bezug auf Funktionsaufrufe, gemessen in $O(f(n))$ hat dieses Programm ?

Aufgabe P5 (Eleganter Algorithmus) (10 Punkte)

Schreiben Sie ein Programm, das sich die Eigenschaft

$$\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n-1 \\ k-1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n-1 \\ k \end{bmatrix} \quad ,$$

d.h. die Wiederverwendung bereits berechneter Werte für die Berechnung neuer Werte, zunutze macht.

Sorgen Sie dafür, daß das Resultat die Form

```
<<1>, <1, 1>, <1, 2, 1>, ...>
```

hat.

Welche Berechnungskomplexität hat das Programm, gemessen in $O(f(n))$?

Abgabe: Do, 25.11.1999 vor der Vorlesung.