

Einführung in die Optimierung

1. Übungsserie

Wiederholung Grundvorlesungen

Theoretische Aufgaben: (Abgabe zu Beginn der Übung am 9.11.09)

1. **Aufgabe** (2 Punkte)

Geben Sie für eine Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subset \mathbb{R}$ offen, ein notwendiges und ein hinreichendes Kriterium für ein lokales Minimum oder Maximum an. Die Funktion sei genügend oft differenzierbar.

2. **Aufgabe** (4 Punkte)

Jetzt sei $D \subset \mathbb{R}^n$. Geben Sie wiederum ein notwendiges und ein hinreichendes Kriterium für ein lokales Minimum oder Maximum an.

3. **Aufgabe** (2 Punkte)

Was können Sie aus den Aussagen der beiden Aufgaben oben über die Existenz der Lösung eines unbeschränkten linearen Optimierungsproblems

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} c^\top x$$

mit gegebenem $c \in \mathbb{R}^n$ schließen?

4. **Aufgabe** (4 Punkte)

Sei $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subset \mathbb{R}^n$ zweimal stetig differenzierbar, $A(f)$ bezeichne den Aufwand zur Auswertung von $f(x)$. Wieviel Aufwand (im Verhältnis zu einer Funktionsauswertung) benötigt man zur Berechnung des Gradienten ∇f und der Hessematrix (hier mit f'' bezeichnet) von f ? Setzen Sie voraus, dass die Berechnung einer partiellen Ableitung genauso viel Aufwand benötigt wie eine Funktionsauswertung, d.h.

$$A(f) \approx A\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right) \quad \text{für alle } i = 1, \dots, n.$$

5. **Aufgabe** (3 Punkte)

Stimmt die in der letzten Aufgabe gemachte Annahme? Geben Sie je eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ an, bei der der Aufwand zur Berechnung der Ableitung

- kleiner
- gleich
- größer

als der Aufwand der Funktionsauswertung selbst ist.

6. **Aufgabe** (3+2 Punkte)

Sei $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$.

(a) Was bedeutet es für eine Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, wenn man schreibt

$$f(n) = \mathcal{O}(g(n)) \quad \text{für } n \rightarrow \infty?$$

(Manchmal wird dies auch mit

$$f \in \mathcal{O}(g) \quad \text{für } n \rightarrow \infty$$

bezeichnet.)

(b) Benutzen Sie diese Schreibweise in Aufgabe 4.